MỘT SỐ TRI THỨC TOÁN PHỔ THÔNG TRONG KINH TẾ LƯỢNG

LÊ THÁI BẢO THIÊN TRUNG*

TÓM TẮT

Kinh tế lượng (đo lường kinh tế) có thể được định nghĩa như một môn khoa học xã hội mà ở đó các tri thức kinh tế và toán học cùng xuất hiện và cần thiết cho nhiều phân tích các hiện tượng kinh tế. Vì vậy, một số tri thức toán đã được giảng dạy ở bậc phổ thông sẽ trở thành công cụ để giải quyết các bài toán kinh tế diễn ra trong thực tế. Trong bài báo này, chúng tôi lí giải những khó khăn của sinh viên khi họ phải huy động hai đối tượng tri thức đã được học ở bậc phổ thông: hệ số góc của đường thẳng và khái niệm logarit.

Từ khóa: tri thức toán phổ thông, hệ số góc của đường thẳng, khái niệm logarit, kinh tế lượng.

ABSTRACT

General mathematical knowledge in Econometrics

Econometrics (economic measure) can be defined as a social science in which economic and mathematical knowledge co-exist and are both necessary for the analysis of economic phenomena. Therefore, general mathematic knowledge already taught in secondary education can become a tool to solve economic problems in reality. In this article, we are going to explain the difficulties students have in utilizing two mathematical concepts, the slope of the line and the logarithm

Keywords: general mathematical knowledge, slope of the line, logarithm, econometrics.

1. Một số tri thức toán phổ thông trong kinh tế lượng

Trong bài báo này chúng tôi giới hạn đề cập đến hai đối tượng tri thức:

Hàm đường thẳng (hàm số bậc nhất) $y = ax + b$

Khái niệm logarit

Hai đối tượng tri thức được nghiên cứu bắt nguồn từ việc ghi nhận một số khó khăn của sinh viên khi chúng tôi giảng dạy môn kinh tế lượng trong chương trình đào tạo cử nhân kinh tế.

Ghi nhận 1: Cho hàm số $y = 24{,}45 + 0{,}78x$ với x là thu nhập và y là mức chi tiêu.

Khi giảng viên đặt câu hỏi:

* TS, Trường Đại học Sư phạm TPHCM, *Email: letbttrung@gmail.com*

Nếu thu nhập tăng thêm một đơn vị tiền thì mức chi tiêu biến đổi như thế nào?

Phần lớn sinh viên các lớp được quan sát không đưa ra câu trả lời.

Ghi nhận 2: Cho hàm số $y = \alpha x^{\beta}$ (mô hình 1)

Khi giảng viên đặt câu hỏi:

Làm thế nào có thể chuyển mô hình 1 – mô hình phi tuyến, về một mô hình tuyến tính có dạng $y^{*} = b + ax^{*}$?

Không có sinh viên nào nghĩ đến việc sử dụng phép logarit cho trường hợp này.

Phần trình bày tiếp theo sẽ góp phần giải thích cho những khó khăn mà sinh viên gặp phải khi huy động hai đối tượng tri thức đang bàn đến. Đồng thời, chúng tôi cũng làm rõ một số vai trò công cụ của từng tri thức.

2. Vai trò của đường thẳng và hệ số góc

2.1. Trong kinh tế lượng

Như đã nói trong phần mở đầu, kinh tế lượng vận dụng các kiến thức kinh tế và toán cho mục tiêu đo lường các mối quan hệ kinh tế diễn ra trong thực tế. Chẳng hạn, để dự báo chi tiêu trung bình theo thu nhập, người ta xuất phát từ quy luật tâm lí tiêu dùng cơ bản của Keynes (1936): *Quy luật kinh tế chung là người ta có khuynh hướng tăng chi tiêu khi thu nhập tăng thêm, nhưng mức tăng không nhiều như gia tăng thu nhập của họ.*

Nhà kinh tế lượng bắt đầu bằng việc diễn tả quy luật này theo ngôn ngữ toán học:

> Tóm lại, Keynes thừa nhận rằng **xu hướng chi tiêu cận biên** (MPC)[1], mức thay đổi của chi tiêu khi thu nhập thay đổi một đơn vị (một đô la chẳng hạn), lớn hơn 0 nhưng nhỏ hơn 1. ([10], tr. 4)

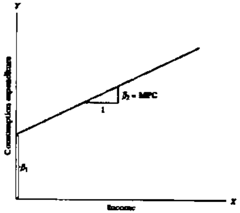
Vấn đề là phải tìm một hàm số diễn tả mối quan hệ giữa chi tiêu và thu nhập mà trong đó chi tiêu là biến phụ thuộc còn thu nhập là biến độc lập. Như vậy, nhà kinh tế lượng phải mô hình hóa toán học cho quy luật này

> Mặc dù Keynes thừa nhận mối quan hệ đồng biến giữa chi tiêu và thu nhập, nhưng ông đã không định rõ dạng hàm số giữa hai biến này. ([10], tr. 4)

Việc nên chọn hàm số kiểu nào cần phải có các nghiên cứu thống kê, tuy nhiên, người ta có thể bắt đầu bằng một hàm tuyến tính vì sự đơn giản của nó (về mặt kĩ thuật toán học) và vì ta luôn có thể xấp xỉ một hàm phi tuyến bằng một hàm tuyến tính trong một lân cận của biến độc lập.

> Để cho đơn giản, một nhà kinh tế học kiêm toán học có thể đề nghị dạng hàm chi tiêu của Keynes như sau:
>
> $Y = \beta_1 + \beta_2 X$ *(1.3.1)*

Với Y = chi tiêu tiêu dùng [Consumption expenditure] , X = thu nhập [Income] và β_1 cùng với β_2 là các tham số của mô hình (tương ứng chính là các tung độ gốc và hệ số độ dốc của đường thẳng).



Hình 1.1. Hàm chi tiêu của Keynes ([10], tr 4)

Như vậy, hệ số góc của đường thẳng chính là đạo hàm của hàm đường thẳng, nó đo độ dốc của đường thẳng và cho biết mức thay đổi của biến phụ thuộc y khi biến độc lập x tăng (hay giảm) 1 đơn vị.

2.2. Trong dạy học toán bậc trung học

Trong dạy học Toán phổ thông Việt Nam, đối tượng đường thẳng xuất hiện trong tất cả các phân môn chính: Hình học, Đại số và Giải tích.

Phân tích các sách giáo khoa trung học cơ sở hiện hành

Nếu chúng tôi chỉ xem xét đường thẳng khi có phương trình của nó thì đối tượng này xuất hiện lần đầu trong phần Đại số lớp 7 với phương trình y = ax (đường thẳng đi qua gốc tọa độ).

Phương trình tổng quát hơn được trình bày trong Đại số lớp 9 (y = ax+b). Và chính thời điểm này, nghĩa của hệ số góc đường thẳng được đề cập.

Ý nghĩa đầu tiên của hệ số góc đó là: dấu của hệ số góc xác định chiều biến thiên của hàm đường thẳng.

Hàm số bậc nhất y = ax + b xác định với mọi giá trị của x thuộc R và có tính chất sau:

a) Đồng biến trên R, khi a > 0,

b) Nghịch biến trên R, khi a < 0. ([2], tr. 47)

Ý nghĩa này được truyền thụ cho học sinh thông qua các kiểu nhiệm vụ (trong phần bài tập): xác định sự biến thiên (đồng biến hay nghịch biến) của một hàm số bậc nhất, tìm tham số *m* để một hàm số bậc nhất đồng biến (hay nghịch biến).

Cần lưu ý rằng, khi ý nghĩa đầu tiên được đề cập thì thuật ngữ "hệ số góc" vẫn chưa xuất hiện.

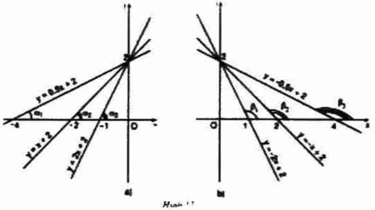
Nghĩa "hệ số góc là tg của góc tạo bởi đường thẳng với trục Ox" chỉ được xây dựng ngầm ẩn ở bậc THCS. Giải thích trong sách giáo viên toán 9 tập 1 cho thấy lí do là vì giá trị lượng của góc tù chưa được định nghĩa.

[...] Ở cấp THCS chưa học cách tính góc α khi tgα có giá trị âm. do đó khi gặp trường hợp hệ số góc a của đường thẳng $y = ax + b$ là số âm. phải tìm cách tính gián tiếp góc hợp bởi đường thẳng này và trục Ox.

[...] Cuối cùng thông qua hai ví dụ đã học. giáo viên chốt lại vấn đề về cách tính trực tiếp góc α hợp bởi đường thẳng $y = ax + b$ và trục Ox trong trường hợp $a > 0$ và cách tính gián tiếp góc α trong trường hợp $a < 0$ ($\alpha = 180^0 - \alpha'$ với $\alpha' < 90^0$ và tg$\alpha' = -a$). ([3]. tr. 70-71)

Giải thích trên liên quan đến kiểu nhiệm vụ: tính góc hợp bởi đường thẳng $y = ax + b$ với trục Ox. Sách giáo khoa trình bày kĩ thuật giải quyết kiểu nhiệm vụ này bằng cách vẽ đồ thị rồi tính giá trị tg của góc nhọn.

Trong phần bài học của SGK. thuận ngữ "hệ số góc xuất hiện xuất hiện sau một hoạt động có lời giải và được minh họa bằng đồ thị :



Hình 11a) biểu diễn đồ thị của các hàm số (với hệ số $a > 0$):

$y = 0.5x + 2$; $y = x + 2$; $y = 2x + 2$.

Hình 11b) biểu diễn đồ thị của các hàm số (với hệ số $a < 0$):

$y = -2x + 2$; $y = -x + 2$; $y = -0.5x + 2$

a) Hãy so sánh các góc α_1, α_2, α_3 và so sánh các giá trị tương ứng của hệ số a trong các hàm số (trường hợp $a > 0$) rồi rút ra nhận xét.

b) Cũng làm tương tự như câu a) với trường hợp $a < 0$.

Qua việc xét đồ thị của các hàm số đã nêu ở trên, ta có thể nói:

- Khi hệ số a dương ($a > 0$) thì góc tạo bởi đường thẳng $y = ax + b$ và trục Ox là góc nhọn. Hệ số a càng lớn thì góc càng lớn nhưng vẫn nhỏ hơn 90^0.

- Khi hệ số a âm ($a < 0$) thì góc tạo bởi đường thẳng $y = ax + b$ và trục Ox là góc tù. Hệ số a càng lớn thì góc càng lớn nhưng vẫn nhỏ hơn 180^0.

Vì có sự liên quan giữa hệ số a với góc tạo bởi đường thẳng $y = ax + b$ và trục Ox nên người ta gọi a là hệ số góc của đường thẳng $y = ax + b$. ([2]. tr. 56-57)

Như vậy. mối liên hệ giữa hệ số góc và góc định hướng được đề cập tuy nhiên mối liên hệ với độ dốc hay tốc độ tăng của hàm số theo biến số chưa được làm rõ.

Phân tích các sách giáo khoa trung học phổ thông hiện hành

Ý nghĩa "dấu của hệ số góc xác định chiều biến thiên của hàm đường thẳng" được nhắc lại trong phần Đại số lớp 10. Ngoài ra, trường hợp hệ số góc bằng 0 cũng được đề cập.

Định nghĩa "hệ số góc là tan của góc tạo bởi đường thẳng và trục Ox" được đề cập trong phần Hình học lớp 10. Lúc này phương trình đường thẳng được xem xét tổng quát hơn bao gồm trường hợp phương trình đường thẳng không có hệ số góc.

Chú ý

Xét đường thẳng Δ có phương trình tổng quát $ax + by + c = 0$.

Nếu $b \neq 0$ thì phương trình trên đưa được về dạng $y = kx + m$ (3)

Với $k = -\frac{a}{b}, m = -\frac{c}{b}$. Khi đó k là hệ số góc của đường thẳng Δ và (3) gọi là phương trình của Δ theo hệ số góc.

Ý nghĩa hình học của hệ số góc (h.69)

Xét đường thẳng Δ: $y = kx + m$.

Với $k \neq 0$, gọi M là giao điểm của Δ với trục Ox và Mt là tia của Δ nằm phía trên Ox. Khi đó, nếu α là góc hợp bởi hai tia Mt và Mx thì hệ số góc của đường thẳng Δ bằng tang của góc α, tức là $k = \tan\alpha$.

Khi $k = 0$ thì Δ là đường thẳng song song hoặc trùng với trục Ox. ([7], tr. 77-78)

Tuy nhiên, trong phần bài tập, không có kiểu nhiệm vụ nào cần huy động nghĩa này.

Một nghĩa khác của hệ số góc có thể xuất hiện ngầm ẩn trong sách giáo khoa: hệ số góc của đường thẳng bằng tỉ số giữa tung độ và hoành độ của một vectơ chỉ phương của phương trình đường thẳng đó (nếu đường thẳng đó có hệ số góc).

Khi nghiên cứu Đạo hàm trong Giải tích 11 và 12, kiến thức "hệ số góc tiếp tuyến bằng đạo hàm tại tiếp điểm của đường cong" được nhấn mạnh thông qua kiểu nhiệm vụ: viết phương trình tiếp tuyến của đường cong tại một tiếp điểm.

Trong kĩ thuật tính đạo hàm, quy tắc $(ax + b)' = a$ mà học sinh phải học thuộc lòng. Tuy nhiên, những điều này không đảm bảo nghĩa "hệ số góc tiếp tuyến là đạo hàm của hàm đường thẳng" được hình thành ở học sinh.

Ngoài ra, nghiên cứu của Lê Thị Hoài Châu [1] cho thấy nghĩa "tốc độ biến thiên của hàm số theo biến số" của đạo hàm không xuất hiện trong thể chế dạy học toán Trung học phổ thông hiện hành.

Như vậy, việc phân tích các sách giáo khoa bậc trung học hiện hành (nhất là phần bài tập dành cho học sinh) cho thấy những nghĩa sau đây cũng như mối liên hệ giữa chúng về hệ số góc của đường thẳng chưa được làm rõ:

Hệ số góc là đạo hàm của hàm đường thẳng

Hệ số góc đo độ dốc của đường thẳng và cho biết mức thay đổi của y khi x thay đổi 1 đơn vị.

Điều này giải thích cho khó khăn của sinh viên mà chúng tôi đã trình bày trong ghi nhận thứ nhất khi dạy học kinh tế lượng. Phần tiếp theo chúng tôi sẽ trình bày một số kết quả phân tích về vai trò công cụ của logarit liên quan đến ghi nhận thứ hai.

3. Vai trò công cụ của logarit

3.1. Tính chất đặc trưng của logarit

Các nghiên cứu lịch sử cho thấy John Napier (1550-1617) là một trong những người đầu tiên sử dụng khái niệm logarit (tuy chưa định nghĩa chính thức khái niệm này). Các bảng logarit của ông được xuất bản năm 1614. Mục tiêu của công trình nghiên cứu này là thực hiện các phép cộng, trừ, chia hai, chia ba trên các bảng số lần lượt thay cho các phép nhân, chia, căn bậc hai và căn bậc ba các số thực dương. Ngày nay, chúng ta biết rằng các bảng trên chính là logarit của những số thực dương với cơ số nap, có thể diễn tả qua cơ số *e* như sau: $\log_{nap} x = 10^7.\log_{\frac{1}{e}}\left(\frac{x}{10^7}\right)$.

Nguyễn Viết Hiếu (2013) đã trình bày lại một số ví dụ về việc sử dụng bảng logarit của Napier. Chúng tôi trích ra một ví dụ:

Ví dụ 1. Cho $a = 10.000.000$ và b=5.000.000. Tìm căn bậc hai của tích $a.b$.

Napier tính $c = \sqrt{a.b}$ như sau:

+ Lấy logarit Napier hai số a và b được $\log_{nap} a = 0 ; \log_{nap} b = 6931470$.

+ Tìm $\log_{nap} c$ theo công thức $\log_{nap} c = \dfrac{\log_{nap} a + \log_{nap} b}{2} = 3465735$.

+ Tra bảng logarit, tìm được căn bậc hai của tích $a.b$ xấp xỉ 7071068. ([5], tr. 9)

Ngày nay, chúng ta biết nhiều cách định nghĩa hàm logarit, chẳng hạn:

Hàm logarit là hàm ngược của hày số mũ y = ax (với a dương và khác 1).

Hàm logarit xác định bởi công thức $y = \log_a x = \dfrac{\ln x}{\ln a}$ trong đó ln*a* chính là phần diện tích hình phẳng giới hạn bởi hyperbol có phương trình $y = \dfrac{1}{x}$, trục hoành và hai đường thẳng x = 1, x =a (với a dương và khác 1).

Hàm logarit xác định bởi công thức $y = \log_a x = \dfrac{\ln x}{\ln a}$ (với a dương và khác 1) trong đó hàm y = *h*(x) =lnx chính là nghiệm duy nhất của phương trình hàm *h*(x.t) = *h*(x) + *h*(t).

Dù định nghĩa theo cách nào thì đặc trưng của một hàm logarit (hay phép logarit) vẫn là tính chất $f(x.t) = f(x) + f(t)$. Nếu phát biểu một cách dễ hiểu hơn thì *phép logarit biến một phép nhân thành phép cộng và vì vậy biến một biến phép lũy thừa thành phép nhân.*

3.2. Một số ứng dụng của phép logarit

Với tính chất đặc trưng đã chỉ ra, phép logarit có rất nhiều ứng dụng, chúng tôi giới thiệu một số ứng dụng trong dạy học toán những năm đầu Đại học – Cao đẳng và trong các khoa học khác như vật lí, hóa học. Đặc biệt, chúng tôi sẽ trình bày một số vai trò công cụ của logarit trong kinh tế lượng (và thống kê nói chung).

Việc biến phép lũy thừa thành phép nhân của logarit có thể cho phép giải các phương trình mũ dạng $a^{f(x)} - b^{g(x)}$, tính đạo hàm của các hàm số dạng $y = f(x)^{g(x)}$ hay tính giới hạn hàm số của các dạng vô định: 1^{∞}, 0^0, ∞^0 Chẳng hạn:

Bài 8. Tìm các giới hạn: [...] 5) $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}}(\sin x)^{\tan x}$ ([9], tr. 36)

Lời giải được trình bày trong giáo trình:

5) Đặt $A=(\sin x)^{\tan x}=\left[1+(\sin x-1)\right]^{\tan x}$

$$\ln A = \tan x.\ln\left(1+(\sin x-1)\right) \qquad \frac{\ln\left(1+(\sin x-1)\right)}{\sin x-1}.\frac{\sin x-1}{\cot x}$$

Và $\dfrac{\sin x-1}{\cot x}=\sin x.\dfrac{\sin x-1}{\cos x}$. Do đó $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}}\dfrac{\sin x-1}{\cot x}=0$

Cuối cùng: $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}}\ln A=0$, nghĩa là: $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}}A=\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}}(\sin x)^{\tan x}=e^0=1$ ([9], tr. 46)

Ngoài ra, một vai trò khác của phép logarit là cho phép chuyển những đại lượng có giá trị quá lớn hoặc quá nhỏ về phạm vi dễ kiểm soát. Chẳng hạn:

+ Độ $pH=-\log C_{H^+}$ (logarit thập phân) với C_{H+} là nồng độ mol của ion H^+ trong dung dịch và có giá trị rất nhỏ trong khoảng từ 10^{-14} đến 1. Nhờ phép logarit, độ *pH* của một dung dịch dao động từ 0 đến 14.

+ Độ mạnh của động đất $M=\log\dfrac{I}{I_0}$ (đơn vị Richter) trong đó I_0 là biên độ dao động chuẩn và I là biên độ dao động của cơn địa chấn. Tỉ số $\dfrac{I}{I_0}$ có thể rất lớn, nó dao động trong khoảng từ 1 đến 10^{10}. Với phép logarit, độ mạnh của một cơn động đất được diễn tả trên thang 10 đơn vị Richter.

Trong kinh tế lượng (và thống kê nói chung)

Như đã nói ở đoạn trên, về mặt kĩ thuật toán học, mô hình tuyến tính sẽ dễ nghiên cứu hơn các mô hình phi tuyến. Điều này cũng không ngoại lệ khi áp dụng toán trong nghiên cứu kinh tế. Với quan điểm này, phép logarit phát huy lợi ích đặc biệt của mình nhờ tính chất đặc trưng biến tích thành tổng và lũy thừa thành tích.

Hãy xét mô hình sau đây, gọi là mô hình hồi quy mũ:

$$Y_i = \beta_1 X_i^{\beta_2} e^{u_i} \qquad (6.5.1)$$

Mô hình có thể được viết bằng dạng thay thế như sau

$$\ln Y_i = \ln \beta_1 + \beta_2 \ln X_i + u_i \qquad (6.5.2)$$

Với ln = logarit tự nhiên (nói cách khác, log cơ số *e* với e =2,718).

Nếu chúng ta viết (6.5.2) là

$$\ln Y_i = \alpha + \beta_2 \ln X_i + u_i \qquad (6.5.3)$$

Với α = lnβ1, [...] mô hình này được gọi là **log-log**, **double-log** hay **tuyến tính log**.

$$Y_i^* = \alpha + \beta_2 \ln X_i^* + u_i \qquad (6.5.4)$$

Với $Y^* = \ln Y$ và $X^* = \ln X$. [...] ([5], tr. 175 - 176)

Việc ước lượng và nghiên cứu mô hình (6.5.4) được thực hiện dễ dàng hơn mô hình (6.5.1). Gujarati [10] giải thích lợi ích này cùng với một ví dụ trong kinh tế:

Một trong những nét hấp dẫn của mô hình log-log, khiến nó được áp dụng phổ biến, đó là hệ số góc β_2 đo **hệ số co dãn**[2] của Y theo X, phần trăm sự thay đổi của Y ứng với phần trăm sự thay đổi nhỏ của X. Vì vậy, nếu Y biểu diễn lượng nhu cầu của hàng hóa [quantity of a commodity demanded] và X là giá [price] của một đơn vị hàng hóa thì β_2 là hệ số co dãn của mức cầu theo giá, một tham số đáng quan tâm của lợi nhuận kinh tế. Nếu mối quan hệ giữa lượng cầu và giá được minh họa trong hình 6.3a thì việc chuyển thành mô hình log-log minh họa trong hình 6.3b sẽ cho ta thấy ($-\beta_2$) là giá trị ước lượng của hệ số co dãn theo giá.

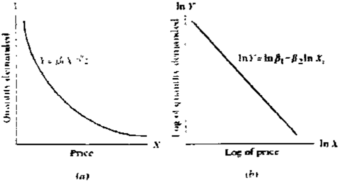


FIGURE 6.3 Constant-elasticity model.

([10], tr. 176 - 177)

Ngoài vai trò công cụ của logarit trong đoạn trích trên, chúng ta cũng thấy một ví dụ về lí do xuất hiện của một dạng hàm số phi tuyến từ thực tế. Đồ thị của dạng hàm số $y=\beta_1 x^{-\beta_2}$ (thông qua đồ thị, tác giả đã ngầm ẩn quy ước β_1, β_2 dương và $\beta_2 \neq 1$) cho thấy nếu giá tăng thêm thì nhìn chung lượng cầu sẽ giảm và ngày càng tiệm cận về 0. Theo quy luật kinh tế này, dạng hàm số $y=\beta_1 x^{-\beta_2}$ có lí do để xuất hiện và đáng được nghiên cứu (thay vì cho trước một hàm số rồi nghiên cứu nó như cách dạy toán truyền thống).

Chúng tôi cũng ghi nhận việc tích hợp các kiến thức kinh tế đơn giản trong dạy học Toán của một số sách giáo khoa toán bậc trung học phổ thông ở Mĩ. Những kiến thức kinh tế đã làm phong phú thêm các bài toán thực tế, bên cạnh những bài toán của các ngành khoa học tự nhiên - đặc biệt là Vật lí (vì khoa học này đóng vai trò lịch sử đối với sự nảy sinh nhiều tri thức toán học), và như thế góp phần phục vụ cho việc dạy học bằng mô hình hóa.

Ngoài dạng hàm đã trình bày, logarit cũng cho phép chuyển một số dạng hàm phi tuyến khác về dạng tuyến tính. Chẳng hạn: $Y_t = Y_0(1+r)^t$ trong đó Y_t: tổng số tiền gốc và lãi sau t kì hạn với lãi suất kép khi gửi tiết kiệm, Y_0 là tiền gốc ban đầu, r là lãi suất (công thức này được trình bày trong các sách giáo khoa Đại số - Giải tích 11 hiện hành). Sau khi dùng phép logarit ta sẽ được một mô hình tuyến tính $Y^* = \alpha + \beta t$ với $Y^*=lnY_t$; $\alpha =lnY_0$ và $\beta=ln(1+r)$.

Tóm lại, nhờ tính chất đặc trưng của mình, phép logarit là một công cụ để chuyển một số hàm phi tuyến (như: $y = \alpha x^\beta$; $y = \alpha\beta^x$; v.v.) về dạng tuyến tính.

Hơn nữa, khi nghiên cứu các dữ liệu thống kê, nhu cầu chuyển những dữ liệu có giá trị quá lớn về phạm vi dễ kiểm soát cũng được đặt ra. Vì vậy, các phần mềm xử lí thống kê luôn lập trình hàm logarit (tự nhiên hay thập phân) và cho phép biểu diễn đồ thị trên hệ trục tọa độ logarit.

3.2. Logarit trong dạy học toán bậc trung học phổ thông Việt Nam

Các sách giáo khoa Việt Nam định nghĩa khái niệm logarit cơ số a (dương và khác 1) của một số b (dương) trước, rồi từ đó định nghĩa hàm số logarit:

Cho hai số dương a, b với $a \neq 1$. Số α thỏa mãn đẳng thức $a^\alpha = b$ được gọi là logarit cơ số a của b và kí hiệu là $\log_a b$. $\alpha = \log_a b \Leftrightarrow a^\alpha = b$ ([4], tr. 62)

Nghiên cứu của Nguyễn Viết Hiếu [5] cho thấy: trong các sách giáo khoa trung học phổ thông hiện hành, vai trò công cụ gần như duy nhất của logarit là giải các phương trình chứa mũ và logarit:

+ Hơn 80% số nhiệm vụ trong phần bài tập của hai quyển sách giáo khoa Đại Số - Giải tích 11 thuộc kiểu giải các phương trình chứa mũ và logarit.

+ Khoảng 17% nhiệm vụ liên quan đến việc rút gọn hay tính toán các biểu thức logarit.

+ Chỉ có 3% (mỗi sách giáo khoa 1 nhiệm vụ) câu hỏi liên quan đến vai trò đơn giản các phép tính của logarit. Chẳng hạn:

Ví dụ 6. Để tính $2,1^{3,2}$ người ta làm như sau:

- Tính $\log 2,1^{3,2}$: $\log 2,1^{3,2} = 3,2\log 2,1 \approx 1,0311$

- Từ đó suy ra $2,1^{3,2} \approx 10^{1,0311} \approx 10,7424$ ([8], tr. 88)

+ Vai trò đơn giản các phép tính đạo hàm của logarit chỉ xuất hiện trong các chứng minh ở phần bài học của các sách giáo khoa mà không xuất hiện trong các nhiệm vụ ở phần bài tập dành cho học sinh. Như vậy, ta có thể dự đoán rằng vai trò này không được truyền thụ thực sự cho phần lớn học sinh.

Tóm lại, những nội dung cần dạy thể hiện qua các sách giáo khoa về đối tượng logarit chưa đủ để truyền thụ cho học sinh tính chất đặc trưng "biến tích thành tổng" của tri thức này.

4. Kết luận

Những nghiên cứu mà chúng tôi đã trình bày là ví dụ về một cách xác định yếu tố để trả lời cho câu hỏi : dạy học toán để làm gì? dạy những nội dung gì ?

Việc xem xét vai trò công cụ của các đối tượng tri thức toán phổ thông trong các môn khoa học khác (thay vì chỉ trong nội tại toán học) góp phần làm rõ lí do tại sao một đối tượng tri thức được chọn để giảng dạy và phải dạy học những ý nghĩa nào về chúng. Từ những kết quả này chúng ta mới bàn đến câu hỏi : dạy học một đối tượng tri thức toán như thế nào ?

Hơn nữa, các kết quả đạt được qua phương pháp nghiên cứu được trình bày trong bài báo của chúng tôi hoàn toàn phù hợp với các xu hướng dạy học đang được nhắc đến ở Việt Nam cho kì vọng đổi mới toàn diện giáo dục phổ thông - dạy học bằng mô hình hóa, dạy học tích hợp, dạy học liên môn.

---

[1] Nếu dùng một hàm số C(I) khả vi để diễn tả mối quan hệ giữa chi tiêu C theo thu nhập I thì khuynh hướng tiêu dùng cận biên (MPC) chính là đạo hàm C'(I).

[2] Nói đơn giản hơn, trong mô hình (6.5.3), nếu X tăng (hay giảm) 1% thì Y sẽ thay đổi (tăng hay giảm tùy theo dấu của β_2) $|\beta_2|$%.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. Lê Thị Hoài Châu (2014), "Mô hình hóa trong dạy học khái niệm đạo hàm", *Tạp chí Khoa học Trường Đại học Sư phạm TPHCM*, 65(99), , tr. 5- 18.
2. Phan Đức Chính và các tác giả khác (2005), *Toán 9 (tập 1))*, Nxb Giáo dục Việt Nam.
3. Phan Đức Chính và các tác giả khác (2005), *Sách giáo viên Toán 9 (tập 1)*, Nxb Giáo dục.
4. Trần Văn Hạo (Tổng chủ biên) và các tác giả khác (2007), *Giải tích 12*, Nxb Giáo dục.
5. Nguyễn Viết Hiếu (2013), *Nghĩa và vai trò công cụ của khái niệm logarit trong dạy học toán ở bậc trung học phổ thông*, Luận văn Thạc sĩ giáo dục học, Trường Đại học Sư phạm TPHCM.
6. Trần Lê Vương Quốc (2013), *Nghĩa của hệ số góc của đường thẳng trong dạy học toán ở trường phổ thông*, Luận văn Thạc sĩ giáo dục học, Trường Đại học Sư phạm TPHCM.
7. Đoàn Quỳnh và các tác giả khác (2007), *Hình học 10 Nâng cao*, Nxb Giáo dục.
8. Đoàn Quỳnh (Tổng chủ biên), và các tác giả khác (2007), *Giải tích 12 Nâng cao*, Nxb Giáo dục.
9. Nguyễn Đình Trí (Chủ biên) và các tác giả khác (2009), *Bài tập toán cao cấp (tập 2), Phép tính giải tích một biến số*, Nxb Giáo dục.
10. Gujarati (2004), *Basic Econometrics (4th Ed)*, The McGraw Hill Companies.

(Ngày Tòa soạn nhận được bài: 06-4-2015; ngày phản biện đánh giá: 03-5-2015; ngày chấp nhận đăng: 24-9-2015)