

# PHÂN TÍCH ỔN ĐỊNH PHI TUYẾN KẾT CẤU COMPOSITE TRỰC HƯỚNG BOM HƠI

## NONLINEAR BUCKLING ANALYSIS OF ORTHOTROPIC COMPOSITE INFLATABLE STRUCTURES

Nguyễn Thanh Trường<sup>1</sup>, Phan Đình Huân<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Trung tâm Đào tạo Bảo dưỡng công nghiệp, Trường Đại học Bách Khoa,  
Đại học Quốc gia TP. Hồ Chí Minh

<sup>2</sup>Khoa Cơ khí, Trường Đại học Bách Khoa, Đại học Quốc gia TP. Hồ Chí Minh

### TÓM TẮT

Trong bài báo này, ứng xử phi tuyến hình học của kết cấu hơi làm từ vải composite trực hướng (orthotropic) với giá định vật liệu đàn hồi tuyến tính sẽ được xét. Phân tích ổn định phi tuyến của một phần tử dầm gối tựa đơn được thực hiện bao gồm, ví dụ số về phân tích biến dạng lớn cho mô hình dầm hơi phi tuyến phần tử hữu hạn (NIBFE). Mô hình dầm NIBFE gối tựa đơn chịu tải nền dọc trục sẽ được giải để tìm đường cong đáp ứng của dầm. Đây là các nghiệm chuyển vị ngang (transverse displacements) và được chuẩn hóa bởi hệ số tỷ lệ độ võng của dầm.

**Từ khóa:** Dầm hơi, ổn định phi tuyến, composite trực hướng.

### ABSTRACT

In this paper, nonlinear geometrical behavior of inflatable beam made of orthotropic elastic composite is considered. A nonlinear buckling analysis of a nonlinear inflatable beam finite element (NIBFE) model is performed. A simply supported NIBFE under compressive concentrated load is solved to trace beam response courbes. These solutions are transverse displacements and are normalized by ratio-to-deflection of the beam.

**Keywords:** Inflatable beam, nonlinear buckling, orthotropic composite.

## 1. ĐẶT VẤN ĐỀ

Trong các kết cấu bơm hơi, sự xuất hiện của mất ổn định cục bộ dẫn đến hình thành các nếp nhăn, gây khó khăn cho việc giải các phương trình phi tuyến để có thể thu được kết quả tốt, phù hợp với các kết quả mô phỏng và kết quả thực nghiệm. Các bài toán dạng này, thuộc phi tuyến hình học có biến dạng đủ lớn để các phương trình cân bằng phải được viết theo biến dạng hình học kết cấu. Một số nghiên cứu trước về vấn đề này đã được thực hiện. Le van et al (2005, 2007) [1,2], Diaby et al (2006) [3], dựa trên phương pháp Lagrange tổng đã đưa ra tính toán về bất ổn định và hiện tượng nhăn xuất hiện trên các kết cấu màng. Davids et al (2008) [4] đã phát triển phần tử dầm Timoshenko bậc hai dựa trên nguyên lý công ảo có tính đến hiện tượng nhăn vải. Tuy nhiên, trong các nghiên cứu trên, vật liệu đều được giả định là đẳng hướng (isotropic).

Bài báo này, trình bày phân tích bất ổn định phi tuyến của kết cấu bơm hơi với vật liệu giả định là composite trục hướng (orthotropic). Ưu điểm của mô hình vật liệu trục hướng là mô tả chính xác hơn với các loại vải dệt kỹ thuật được sử dụng trong thực tế. Mục đích của việc nghiên cứu là tìm đường ứng xử bất ổn định phi tuyến của mô hình phần tử hữu hạn dầm hơi chịu nén, để từ đó phát triển cho các loại kết cấu bơm hơi dùng vật liệu trục hướng khác.

## 2. PHƯƠNG PHÁP NGHIÊN CỨU

Phương pháp nghiên cứu là xây dựng mô hình phi tuyến phần tử hữu hạn (PTHH) của dầm hơi và giải để tìm ra nghiệm chuyển vị, nhằm dự đoán ứng xử của loại kết cấu

này trong các điều kiện chịu tải thực tế

Phương pháp total Lagrangian được sử dụng, trong đó chuyển vị tham chiếu đến cấu hình dầm ban đầu để mô tả sự phi tuyến hình học. Từ đó, ta có thể hình thành ma trận độ cứng tiếp tuyến  $[K_T]$ , trong đó bao gồm: Tác động của sự thay đổi hình dáng hình học cũng như ảnh hưởng của áp suất hơi bên trong. Tải trọng dọc trục tại bước gia thứ  $i^{\text{th}}$  được tính bởi:

$$\{f_i\} = \{f_{T,i}\} - v_i \Delta f; \quad (1)$$

Với một phần tử, phương trình cân bằng phi tuyến được hình thành như sau:

$$[k_T] \{\Delta d\} = \{f_i\} \quad (2)$$

Trong đó:  $[k_T]$  là ma trận độ cứng tiếp tuyến phần tử  $\{f_i\}$  là vectơ gia tải nút của một phần tử và  $\{\Delta d\}$  là gia nghiệm chuyển vị cần giải. Sau khi thực hiện ghép các phần tử, ta thu được phương trình cân bằng cho toàn kết cấu:

$$[K_T] \{\Delta D\} = \{F_i\}; \quad (3)$$

Phương trình (3) có thể giải bằng thuật toán gia tải bước dựa theo phương pháp lặp Newton sử dụng các gia tải nút  $\{\Delta F_i\}$ , các hệ số điều chỉnh và cập nhật  $[k_T]$  sau mỗi bước gia. Vectơ chuyển vị của mô hình  $\{D\}_i = \{D\}_{i-1} + \{\Delta D\}_i$ , trong đó  $\{\Delta D\}_i$  là số gia chuyển vị nút chưa biết tại bước gia thứ  $i$  và  $\{D\}_{i-1}$  là vectơ chuyển vị nút của dầm từ bước nghiệm trước với dung sai nghiệm cân bằng như sau:

$$\|\{\Delta D\}_i\| = ((\Delta D)_i^T (\Delta D)_i)^{\frac{1}{2}} \leq 0.0001 \quad (4)$$

hoặc

$$\| \{ \mathbf{R} \}_i \| = ( \{ \mathbf{R} \}_i^T \{ \mathbf{R} \}_i )^{\frac{1}{2}} \leq 0.0001 \quad (5)$$

Với  $\{ \mathbf{R} \}_i = \{ \mathbf{R}(D_{i-1}) \} = \{ \mathbf{K}_T \} \{ \Delta \mathbf{D} \}_i$  là vectơ lực dư mất cân bằng toàn cục của kết cấu từ bước gia trước. Khi đến điểm tới hạn, gia nghiệm chuyển vị  $\{ \Delta \mathbf{D} \}$  sẽ trở nên rất lớn. Tại điểm tới hạn hoặc điểm phân nhánh,  $\{ \mathbf{K}_T \}$  sẽ trở nên suy biến.

### 2.1. Thuật toán lặp để giải mô hình NIBFE

Để giải mô hình NIBFE, ta sử dụng thuật toán lặp Newton-Raphson với bước gia tải trọng phù hợp để tìm ra gia nghiệm chuyển vị tại nút  $\{ \Delta \mathbf{D} \}$ . Giả sử tại bước gia  $(i-1)$ , ta thu được xấp xỉ  $\{ \mathbf{D}_{i-1} \}$  nghiệm khi dư lực chưa tiến về 0.

$$\{ \mathbf{R}(D_{i-1}) \} = \{ \mathbf{F} \} - \{ \mathbf{K}(D_{i-1}) \} \{ \mathbf{D}_{i-1} \} \neq \{ \mathbf{0} \} \quad (6)$$

Tại bước gia thứ  $i$ , ta tìm nghiệm xấp xỉ  $\{ \mathbf{D}_i \}$ :

$$\{ \mathbf{R}(D_i) \} = \{ \mathbf{R}(D_{i-1} - \Delta D_i) \} \approx \{ \mathbf{0} \} \quad (7)$$

Ta thu được thuật toán bằng cách sử dụng khai triển chuỗi Taylor bậc nhất trong

lần cận của  $\{ \mathbf{D}_i \}$

$$\{ \mathbf{R}(D_{i-1} - \Delta D_i) \} = \{ \mathbf{R}(D_{i-1}) \} - \left[ \frac{\partial \mathbf{R}}{\partial \mathbf{D}} \right]_{\mathbf{D}=\mathbf{D}_{i-1}} \{ \Delta \mathbf{D} \} = \{ \mathbf{0} \} \quad (8)$$

Quá trình giải lập mô hình NIBFE được thực hiện bằng phần mềm MATLAB. Tại cấp độ kết cấu phân tử hữu hạn, ta tìm một nghiệm lặp. Trong vòng lặp kết cấu này, thuật toán lặp-gia sẽ được gọi tại mỗi điểm (Gauss) vật liệu. Trong mỗi vòng lặp tại bước gia tải  $\Delta F$ , các tham số của dầm (Bảng 1) và các điều kiện biên được thiết lập để làm các biến đầu vào cho các bước giải ở cấp độ toàn cục. Đầu ra từ các bước giải ở cấp độ toàn cục này chính là phương trình (3) được giải lập ở cấp độ kết cấu. Ở các bước giải cấp độ phân tử, ma trận độ cứng tiếp tuyến  $\{ \mathbf{K}_T^e \}$  và các vectơ tải trọng  $\{ \mathbf{F}_{int}^e \}$  và  $\{ \mathbf{F}_{ext}^e \}$  được tính cho mỗi phần tử. Sau mỗi bước tải  $i$ , nghiệm chuyển vị hội tụ  $\{ \Delta \mathbf{D}_i \}$  tại bước tải hiện tại  $\Delta F$  sẽ được dùng để làm giá trị gia chuyển vị cho bước tải kế tiếp.

Tại cấp độ vật liệu, tiêu chuẩn hội tụ có thể được định nghĩa theo phương trình (4) hoặc (5) thể hiện theo các số hạng của vectơ chuyển vị và vectơ lực dư.

Bảng 1. Các tham số đầu vào của mô hình NIBFE

Tham số	Đầu vào	Mô tả	Giá trị
Đặc tính vật liệu	$E_1$	Môđun đàn hồi Young của sợi dọc	Xem bảng 2
	$E_2$	Môđun đàn hồi Young của sợi ngang	
	$G_{12}$	Môđun đàn hồi trượt phẳng	
	$\nu_{12}$	Hệ số Poisson đo sợi chịu tải theo phương dọc và co theo phương ngang t	

	$\nu_c$	Hệ số Poisson đo sợi chịu tải theo phương ngang $t$ và cơ theo phương dọc $l$	
Hình học của dầm (ở trạng thái tự nhiên - chưa được bơm hơi)	$l_c$	Chiều dài của dầm	Xem bảng 2
	$R_o$	Bán kính ngoài của dầm	
	$t_o$	Bề dày của dầm ( $\nu o$ )	
Ngoại lực	$p$	Áp suất trong	10-200
	$F_x$	Tải tập trung theo phương X	1500
	$\{F_i\}$	Véc tơ gia tải	
Mô tả mô hình	$n_{inc}$	Số bước gia tải	10
	$n_\theta$	Số phần tử	5
	$l_e$	Chiều dài phần tử	$\frac{l_o}{n_\theta}$
	$e_n$	Số nút của một phần tử	3
	$n_n$	Số nút toàn cục	$2n_\theta - 1$
	$n_{dof}$	Số bậc tự do của mỗi nút	5
	$e_{dof}$	Số bậc tự do của mỗi phần tử	$e_n \cdot n_{dof}$
	$g_{dof}$	Số bậc tự do toàn cục	$n_{dof} \cdot n_n$
	$m$	Số điểm tích phân Gauss	3

Bảng 2. Các tham số đầu vào của mô hình NIBFE

Chiều dày tự nhiên, $t_\phi$ (m)		$5 \times 10^{-4}$
Hệ số điều chỉnh trượt, $k_s$		0.5
Bán kính tự nhiên, $R_\phi$ (m)		0.14
Chiều dài tự nhiên, $l_\phi$ (m)		3
Đặc tính cơ học của vải trực hướng:		
	Vật liệu 1 (thực nghiệm)	Vật liệu 2 (Cheng et (2009) [5])
Mô đun đàn hồi Young theo phương dọc, $E_l$ (MPa)	2609	19300

Mô-đun đàn hồi Young theo phương ngang, $E_x$ (MPa)	2994	14240
Mô-đun đàn hồi trượt, $G_{xy}$ (MPa)	1171	6450
Hệ số Poisson, $\nu_x$	0.21	0.28
Hệ số Poisson, $\nu_y$	0.18	0.22

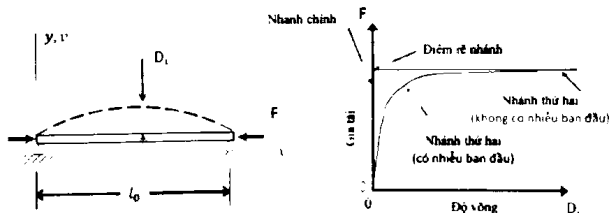
Bảng 3: Áp suất chuẩn hóa ( $p_n$ ) cho các giá trị áp suất trong khác nhau ( $p$ ) dùng trong nghiên cứu này

$p$ (kPa)	$P_n$	
	Vật liệu 1	Vật liệu 2
10	324	43
20	648	85
30	972	128
40	1295	171
50	1619	214
100	3238	427
150	4858	640
200	6477	854

## 2.2. Các hệ số đánh giá mô hình NIBFE

Dựa vào thuật toán giải phương trình kết cấu PTHH phi tuyến, thực hiện phân tích ổn định phi tuyến một trường hợp dầm gối tựa đơn chịu lực nén  $F$  để tìm ra đường cong đáp ứng của dầm (hình 1a). Nghiệm tìm được ở đây là nghiệm chuyển vị ngang, được chuẩn hóa bởi hệ số tỷ lệ với độ võng của dầm.

Tải tối hạn được tính trong phân tích ổn định tuyến tính chỉ phù hợp khi và chỉ khi có rất ít hoặc không có sự kết hợp giữa biến dạng màng và biến dạng uốn đối với dầm ban đầu thẳng. Ở hình 1b, một lượng nhiều nhỏ được đưa vào mô hình để tạo một độ cong nhẹ. Mục đích để tạo độ lệch tâm tải trọng trong các mô hình số chịu nén để có thể sinh ra chuyển vị ngang.



Hình 1: a) Dầm hơi chịu lực nén dọc trục  $F$ ; b) Ảnh hưởng của nhiều tải ban đầu

Khi tăng nhiều ban đầu lên, đảm mang ý nghĩa là bài toán biến dạng lớn, hơn là bài toán bất ổn định. Lúc này, phân tích bất ổn định phân nhánh tuyến tính có thể sẽ đánh giá không chính xác tải tới hạn thực tế.

Nói chung, phân tích phi tuyến sẽ phù hợp hơn, khi đó sự kết hợp giữa biến dạng màng và uốn sẽ được đưa vào ngay từ đầu. Sự sụp đổ (collapse) của dầm chịu nén có thể liên kết với sự phân nhánh tại điểm tới hạn, hay nói cách khác, sự sụp đổ này có thể được định nghĩa là giá trị độ võng quá mức.

Tải trọng dọc trục được chia thành 10 bước gia tải bằng nhau để tính toán các gia nghiệm chuyển vị. Tham số tải trọng phi tuyến chuẩn hóa tại bước gia tải thứ  $i$  được định nghĩa như sau:

$$K_c^{n_i} = 10^6 \times \frac{F_i}{\bar{\varepsilon}_{z_i} \cdot A_c} \quad (9)$$

Mô hình được làm từ vật liệu 1 và 2 như trong bảng 2. Phần tử ba nút bậc hai được cho như sau:

$$|N| = [N_1 \quad N_2 \quad N_3] = \left[ \frac{1}{2} \xi(\xi-1) \quad 1-\xi^2 \quad \frac{1}{2} \xi(\xi+1) \right] \quad (10)$$

Giá trị nghiệm độ võng  $D$  dọc trục  $Y$  thu được từ mô hình NIBFE được xét với hệ số độ uốn - bán kính ( $R_{f,r} = D_1 / R_1$ ), trong đó nghiệm chuyển vị dọc trục  $D_u$  được tham chiếu đến biến thiên của hệ số chiều dài - bán kính ( $R_{1,u} = D_u / R_0$ ). Cùng một giá trị áp suất chuẩn hóa và vật liệu, giá trị  $R_{1,r}$  và  $R_{f,r}$  càng nhỏ thì dầm càng ổn định.

### 3. KẾT QUẢ VÀ THẢO LUẬN

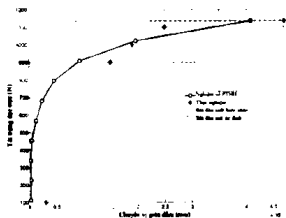
#### 3.1. Kiểm chứng với kết quả thực nghiệm

Trong phần này, nghiệm số sẽ được kiểm chứng với kết quả từ thực nghiệm. Một thí nghiệm bất ổn định được thiết lập với một dầm hơi vải composite trục hướng, đường kính danh nghĩa 140 mm, với các thông số vật liệu được cho trong Bảng 2.

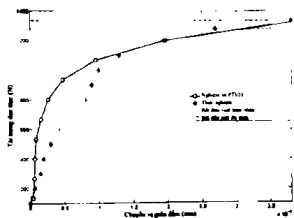
Dầm hơi thực nghiệm thuộc loại Ferrari được cung cấp bởi công ty Losberger (Dagneux, Pháp), được chế tạo từ vải polyester có độ bền cao với các sợi liên tục được dệt theo phương  $\pm 0^\circ - \pm 9^\circ$  và được phủ cả hai mặt bằng hợp chất PVC. Tải trọng dọc trục được đặt tăng dần và được đo bởi một cảm biến lực loại ZFA. Các kết quả được quan sát bởi hệ thống Vishay Data Acquisition 5000 (VDAS 5000). Chuyển vị dọc dầm được thu bởi một tachometer Leica TCR 307. Áp suất được lấy bằng hằng số và được giám sát một lần vào thời điểm bắt đầu mỗi thử nghiệm. Từ đường cong tải trọng - độ võng đo được, tải nhân  $F_w$  và tải bất ổn định  $F_b$  của dầm được quan sát và so sánh với các nghiệm số tương ứng được tính toán từ mô hình NIBFE trong MATLAB.

Ở bảng 2, dãy áp suất thấp ( $p = 10$  đến 20 kPa tương ứng với  $p_n = 324$  đến 972 với trường hợp vật liệu 1) được chọn để tập trung nghiên cứu ứng xử phi tuyến giữa mô hình số NIBFE và mô hình thực nghiệm. Như trong hình 2 - 4, sự phù hợp tăng dần theo các bước gia tải giữa hai mô hình. Khi đạt đến tải nhân, mô hình dự báo một cách chính xác đường đáp ứng tải trọng - biến dạng. Các kết quả này làm rõ ảnh hưởng của áp suất trong lên bậc phi tuyến của ứng xử dầm hơi và vị trí của điểm tới hạn (limit point) và tải nhân (wrinkling load). Trong

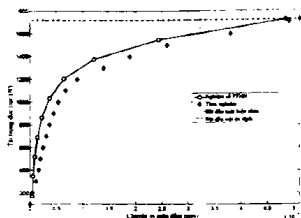
phạm vi các áp suất thấp này, các áp suất chuẩn hóa  $p_n = 324$  và  $648$  không đủ để thu được đường đáp ứng tải trọng – biến dạng ổn định. Điều này dẫn đến ứng xử phi tuyến ở các áp suất này cao hơn so với mẫu thử nghiệm ở  $p_n = 972$ .



Hình 2: Đường cong số độ võng giữa dầm của mô hình dầm hơi NIBFE gói tựa đơn so với kết quả thực nghiệm tại áp suất chuẩn hóa  $p_n = 324$ .



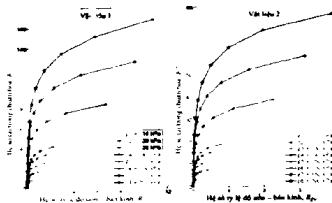
Hình 3: Đường cong số độ võng giữa dầm của mô hình dầm hơi NIBFE gói tựa đơn so với kết quả thực nghiệm tại áp suất chuẩn hóa  $p_n = 648$ .



Hình 4: Đường cong số độ võng giữa dầm của mô hình dầm hơi NIBFE gói tựa đơn so với kết quả thực nghiệm tại áp suất chuẩn hóa  $p_n = 972$ .

### 3.2. Nghiên cứu tham số trên mô hình NIBFE

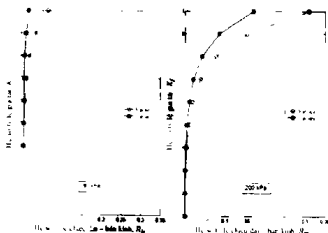
Một nghiên cứu tham số được thực hiện để tìm hiểu ảnh hưởng của áp suất chuẩn hóa lên mô hình NIBFE bằng cách giải phương trình (3). Tại mỗi cấp áp suất, tải tới hạn tương ứng ( $F_{c2} = F_p$ ) là giới hạn trên của tải dọc trục đặt lên dầm. Các chuyển vị nút tại nhịp giữa dầm được rút ra từ vectơ nghiệm toàn cục. Hình 5, thể hiện biến thiên của tỷ lệ độ uốn – bán kính với các bước gia của tham số tải chuẩn hóa  $K_c^{nl}$  trong hai trường hợp vật liệu. Ta cũng lưu ý rằng, 5 phần tử là đủ để thu được kết quả hội tụ. Sự sai khác do ảnh hưởng của áp suất giữa các kết quả được thể hiện rất rõ. Tại áp suất thấp  $p_n = 324$ , mô hình không ổn định và vì thế sẽ sụp trước tiên. Tại các áp suất cao hơn, các đáp ứng của tỷ lệ  $R_{r,}$  là gần như tuyến tính tại các bước gia  $K_c^{nl}$  thấp. Các đường cong trở nên phi tuyến dần dần tại các giá trị cao hơn. Các kết quả trên chứng minh rằng, dầm được bơm ở áp suất cao sẽ có khả năng mang tải tốt hơn (ổn định hơn).



Hình 5: Biến thiên của hệ số tỷ lệ độ uốn – bán kính ( $R_r = D_i / R_0$ ) khi tăng hệ số tải trọng phi tuyến chuẩn hóa ( $K_p^0 = 10^6 \times F_i / (E_s A_0)$ ) cho mô hình dầm NIBFE gối tựa đơn.

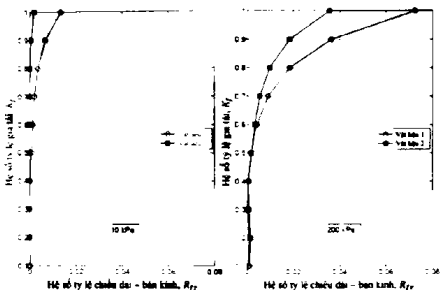
Ngoài ra, ảnh hưởng của vật liệu vải composite kết hợp với ảnh hưởng của áp suất cũng được nghiên cứu. Xét hai dầm hơi làm từ hai loại vật liệu 1 và 2, nghiệm lập phi tuyến thu được với hai giá trị áp suất chuẩn hóa đầu vào ( $p_n = 324$  và  $648$ ) và được chuẩn hóa bởi hai hệ số tỷ lệ  $R_{1r}$  và  $R_{fr}$ . Các giá trị đọc trực được chuẩn hóa theo áp lực gây ra do áp suất trong, ta thu được một số hạng gọi là hệ số tỷ lệ gia tải  $K_f = F_i / F_p$ . Lưu ý khi  $K_f$  bằng 1, dầm sẽ sụp xuống (crushed). Cả hai hệ số tỷ lệ  $R_{1r}$  và  $R_{fr}$  được biểu diễn theo hệ số gia tải  $K_f$  như trong Hình 6 và 7. Ta có thể

thấy, trong cả hai trường hợp áp suất chuẩn hóa, dầm làm từ vật liệu vải có mô đun đàn hồi cao hơn (vật liệu 2) sẽ thể hiện tính ổn định cao hơn (giá trị  $R_{1r}$  và  $R_{fr}$  càng thấp). Sự so sánh giữa các đường cong đáp ứng của dầm trong hai trường hợp áp suất khác nhau cũng minh họa rõ các dầm với áp suất trong cao hơn sẽ có giới hạn  $R_{1r}$  và  $R_{fr}$  rộng hơn trước khi bị sụp đổ. Điều này chứng tỏ khi các thớ sợi chịu căng đủ, dầm hơi sẽ có độ cứng uốn và có khả năng chịu trực tiếp các ứng suất nén và uốn hỗn hợp.



Hình 6: Biến thiên của hệ số tỷ lệ chiều dài – bán kính ( $R_r = D_i / R_0$ ) khi tăng hệ số tải trọng phi tuyến chuẩn hóa ( $K_f = F_i / F_p$ ) cho mô hình dầm NIBFE gối tựa đơn.





Hình 7: Biến thiên của hệ số tỷ lệ chiều dài – bán kính ( $R_f = D_i / R_D$ ) khi tăng hệ số tải trọng phi tuyến chuẩn hóa ( $K_f = F_i / F_p$ ) cho mô hình dầm NIBFE gồm tua

#### 4. KẾT LUẬN

Ở bài báo này, phân tích bất ổn định phi tuyến được thực hiện để tìm đường đáp ứng tải trọng - độ võng của phần tử dầm hơi. Phương pháp tính toán nghiệm PTHH phi tuyến có kể đến ảnh hưởng của sự thay đổi hình học cũng như áp suất bơm hơi đã được trình bày. Các nghiên cứu tham số chỉ ra rằng, áp suất trong và cơ tính vật liệu có ảnh hưởng lớn không chỉ đến hệ số bất ổn định mà cả nghiệm chuyển vị lớn nhất của kết cấu dầm hơi. Các kết quả được kiểm chứng với thực nghiệm. Mô hình PTHH phi tuyến dầm hơi cho thấy khả năng dự đoán chính xác các ứng xử nhân của dầm và đáp ứng tải trọng – biến dạng khi bơm hơi tới mức áp suất thấp (tính phi tuyến cao) ❖

Ngày nhận bài: 05/8/2016

Ngày phản biện: 10/9/2016

#### Tài liệu tham khảo:

- [1]. Le van, A. and Wielgosz, C. (2005) Bending and buckling of inflatable beams: Some new theoretical results. *Thin-Walled Structures*, 43(8):1166–1187.
- [2]. Le van, A. and Wielgosz, C. (2007). Finite element formulation for inflatable beams. *Thin-Walled Structures*, 45(2):221–236.
- [3]. Diaby, A., Le-Van, A. and Wielgosz, C. (2006). Buckling and wrinkling of prestressed membranes. *Finite Elements in Analysis and Design*, 42:992–1001.
- [4]. Davids, W. and Zhang, H. (2008). Beam finite element for nonlinear analysis of pressurized fabric beam-columns. *Engineering Structures*, 30:1969–1980.
- [5]. Cheng, X. and Xiong, J. (2009). A novel analytical model for predicting the compression modulus of 2D PWF composites. *Composite Structures*, 88:296–303.