

TUYẾN TÍNH HÓA MÔ HÌNH PHẦN TỬ HỮU HẠN KẾT CẤU DẦM COMPOSITE TRỰC HƯỚNG BƠM HƠI

LINEARIZING FINITE ELEMENT MODEL OF INFLATABLE BEAM MADE OF ORTHOTROPIC WOVEN COMPOSITE

Nguyễn Thanh Trương¹, Phan Đình Huân²

¹Trung tâm Đào tạo Bảo dưỡng công nghiệp, Trường Đại học Bách khoa,
Đại học Quốc gia TP. Hồ Chí Minh

²Khoa Cơ khí, Trường Đại học Bách khoa, Đại học Quốc gia TP. Hồ Chí Minh

TÓM TẮT

Nội dung bài báo là xây dựng mô hình tuyến tính phần tử hữu hạn từ mô hình giải tích của phần tử dầm hơi sử dụng lý thuyết dầm Timoshenko, có kể đến áp suất hơi bên trong. Vật liệu dầm hơi là vải composite trực hướng làm việc trong vùng đàn hồi tuyến tính. Việc giải mô hình dầm hơi tuyến tính này, nhằm đưa ra các nghiệm số để khảo sát các ứng xử cơ học của dầm với vật liệu và điều kiện biên khác nhau. Kết quả được kiểm chứng với kết quả giải tích đã được công bố (Nguyễn et al [1]).

Từ khóa: Dầm hơi, composite trực hướng, dầm Timoshenko.

ABSTRACT

This paper is devoted to the linearized finite element beam model based on a 3D Timoshenko beam model with a homogeneous orthotropic woven composite. The model takes into account the geometric nonlinearities and the inflation pressure follower force effect. To assess the stability behavior of the model, finite elements solutions for linearized problems which were obtained by the means of the linearization around the prestressed reference configuration of the nonlinear equations. The results agree well with the analytical ones existing in the literature.

Keywords: Inflatable beam, orthotropic composite, Timoshenko beam.

1. ĐẶT VẤN ĐỀ

Việc phát triển mô hình số cho loại kết cấu dầm hơi dựa trên cơ sở lý thuyết đã được xây dựng từ một số nghiên cứu trước. Phân tích phần tử hữu hạn của kết cấu vải composite bơm hơi thường hay gặp khó khăn khi vấn đề phi tuyến hình học và vật liệu phát sinh do ứng xử phi tuyến tải trọng độ võng của vải composite (ở tải trọng nhỏ). Để xấp xỉ nghiệm bất ổn định, dầm hơi vải composite trực hướng được rời rạc hóa bằng phương pháp phần tử hữu hạn (PTHH). Các phần tử thường dùng cho loại kết cấu này là phần tử hai nút tuyến tính Bernoulli với hàm dạng là đa thức Hermite, hoặc phần tử bậc cao hơn như phần tử dầm ba nút bậc hai, hoặc phần tử dầm ba nút Timoshenko có hàm dạng bậc hai cho chuyển vị ngang và hàm dạng tuyến tính cho góc xoay uốn và chuyển vị dọc trục (Davids et al [2,3]).

Trong bài báo này, phần tử dầm ba nút Timoshenko liên tục loại C^0 cho chuyển vị ngang và hàm dạng bậc hai cho góc xoay uốn và chuyển vị dọc trục được sử dụng. Ảnh hưởng của phi tuyến hình học và áp suất hơi lên ứng xử bất ổn định của dầm sẽ được tính đến. Điểm mới của nghiên cứu này là sử dụng mô hình vật liệu trực hướng thay cho mô hình vật liệu đẳng hướng trong các nghiên cứu trước. Ưu điểm của mô hình vật liệu trực hướng là mô tả chính xác hơn với các loại vải dệt kỹ thuật được sử dụng trong thực tế. Để nghiên cứu ứng xử của mô hình này, các nghiên cứu tham số về ảnh hưởng của tỷ lệ hình học, đặc tính vật liệu lên hệ số tải trọng bất ổn định được thực hiện.

2. PHƯƠNG PHÁP NGHIÊN CỨU

2.1. Tuyến tính hóa mô hình phần tử hữu hạn

Đối với phân tích bất ổn định tuyến tính, dầm chịu một áp suất hơi ban đầu S^0 . Đầu tiên, ta đặt tải tham chiếu bất kỳ $\{F_{ref}\}$ lên dầm hơi này và thực hiện một phân tích tuyến tính để xác định các ứng suất phần tử hữu hạn sinh ra trong dầm. Mô hình này là mô hình dầm hơi phần tử hữu hạn tuyến tính (Linear Finite Element Inflatable Beam - LFEIB). Ma trận độ cứng ứng suất $[k \sigma]$ và ma trận độ cứng đàn hồi $[k]$ (trước khi đặt tải) được thiết lập. Ma trận độ cứng $[k \sigma]$ tăng cường cho ma trận độ cứng đàn hồi $[k]$, là một hàm theo hình học phần tử, trường chuyển vị và trạng thái ứng suất màng.

Phần tử có ba nút với năm bậc tự do tại mỗi nút. Bậc tự do nút $\{d\}$ xác định bởi vector $[u_j \ v_j \ w_j \ \theta_{y_j} \ \theta_{z_j}]$ trên một phần tử:

$$\begin{Bmatrix} u \\ v \\ w \\ \theta_y \\ \theta_z \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \sum_{j=1}^3 N_j u_j \\ \sum_{j=1}^3 N_j v_j \\ \sum_{j=1}^3 N_j w_j \\ \sum_{j=1}^3 N_j \theta_{y_j} \\ \sum_{j=1}^3 N_j \theta_{z_j} \end{Bmatrix} [N]\{d\} \quad (1)$$

Trong đó: j có giá trị từ 1 đến 3 cho phần tử ba nút và $[N]$ là ma trận hàm dạng:

$$[N] = [N_1 \ N_2 \ N_3] = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \xi(\xi-1) & 1-\xi^2 & \xi(\xi+1) \end{bmatrix} \quad (2)$$

với ξ là tọa độ trong hệ tọa độ tham chiếu $\xi = \left(\frac{2}{l_0} X - 1\right)$ và $\xi \in [-1, 1]$; X là tọa độ cục bộ của dầm $X \in [0, l_0]$, l_0 là chiều dài tham chiếu của phần tử.

Thành phần năng lượng biến dạng U_m liên kết với ma trận độ cứng ứng suất $[k_\sigma]$ và U_b liên quan đến ma trận độ cứng đàn hồi $[k]$ của dầm:

$$U_m = \frac{1}{2} [d^T] [k_\sigma] [d], U_b = \frac{1}{2} [d^T] [k] [d] \quad (3)$$

Sau khi rời rạc hóa, (3) trở thành:

$$U_e = \frac{1}{2} \{d\}^T (\{K\} + \lambda \{K_{ref}\}) \{d\} \quad (4)$$

Trong đó: λ là hệ số tỷ lệ và $F = \lambda F_{ref}$ F là lực dọc trục. Các hệ số trong các ma trận $[k]$ và $[k_{ref}]$ là hằng số và chỉ phụ thuộc hình học, đặc tính vật liệu và các điều kiện tăng áp suất hơi trong dầm.

Các ma trận độ cứng phần tử được xác định bằng phương pháp tích phân số Gauss và được ghép lại với nhau thành ma trận độ cứng kết cấu. Thế năng của dầm là tổng thế năng của các phần tử riêng lẻ:

$$U = \frac{1}{2} \{D\}^T (\{K\} + \lambda \{K_{ref}\}) \{D\} \quad (5)$$

Với $\{D\}$ là vector chuyển vị của dầm. Do bài toán giá định là tuyến tính, ma trận độ cứng quy ước $[K]$ sẽ không đổi khi kết cấu chịu tải. Đất trường chuyển vị bất ổn định $\{\delta D\}$ thay cho trường chuyển vị $\{D\}$ tương ứng của cấu hình dầm tham chiếu (đã bơm phồng). Hệ phương trình cân bằng kết cấu thu được từ nguyên lý cực tiểu thế năng và hình thành bài toán trị riêng như sau:

$$(\{K\} + \lambda_i \{K_{ref}\}) \{\delta D\} = \{0\} \quad (6)$$

Trong đó, λ_i là trị riêng của dạng bất ổn định đầu tiên. Nghiệm nhỏ nhất λ_{cr} cho mức tải ngoài nhỏ nhất, mà tại đó đường ứng xử bắt đầu phân nhánh:

$$\{F\}_{cr} = \lambda_{cr} \{F\}_{ref} \quad (7)$$

Khi dầm được áp một mức tải ngoài tham chiếu bất kỳ $\{F\}_{ref}$ vector trị riêng $\{\delta D\}$ liên kết với dạng bất ổn định λ_{cr} . Độ lớn của $\{\delta D\}$ là độc lập trong bài toán bất ổn định tuyến tính. Do vậy, ta chỉ xác định dạng chứ không xác định cường độ của bất ổn định.

2.2. Bài toán bất ổn định tuyến tính

Để nghiên cứu tham số cho mô hình dầm hơi tuyến tính đã xây dựng được, ta xét bài toán dầm hơi gối tựa đơn chịu nén đúng tâm để giải tìm ra nghiệm tải tới hạn. Trước khi tiến hành các nghiên cứu tham số, ta tiến hành một nghiên cứu hội tụ nghiệm số liên quan đến số phần tử mà khi đó nghiệm thu được hội tụ. Một mô hình dầm gối tựa đơn chịu một lực nén dọc trục F với các thông số tỷ lệ độ mảnh $\lambda = L/\rho$, trong đó: $L = \mu l_0$ là chiều dài hiệu dụng của dầm và $\rho = \sqrt{I_0/A_0}$ là bán kính quay của dầm. Hệ số $\mu=1$ trong trường hợp dầm gối tựa đơn. Thông số hình học và vật liệu của dầm được mô tả trong Bảng 1. Với mỗi trường hợp vật liệu, một số áp suất trong được chuẩn hóa $p_n = p/p_{cr}$ với $p_{cr} = \frac{E I t_0^2}{4R^3(1-\nu_{tt}\nu_{tt})}$ (Houliara et al [4,5]). Các giá trị áp suất và áp suất chuẩn hóa tương ứng được cho trong Bảng 2.

Bảng 1. Thông số dầm hơi

Chiều dày tự nhiên, t_0 (m)		5×10^{-4}
Hệ số điều chỉnh trượt, k_s		0.5
Bán kính tự nhiên, R_0 (m)		0.14
Chiều dài tự nhiên, l_0 (m)		3
Đặc tính cơ học của vải trực hướng:		
	Vật liệu 1 (Thực nghiệm)	Vật liệu 2 (Cheng et al. (2009) [6])
Mô-đun đàn hồi Young theo phương dọc, E_l (MPa)	2609	19300
Mô-đun đàn hồi Young theo phương ngang, E_t (MPa)	2994	14240
Mô-đun đàn hồi trượt, G_{lt} (MPa)	1171	6450
Hệ số Poisson, ν_{lt}	0.21	0.28
Hệ số Poisson, ν_{tl}	0.18	0.22

Bảng 2. Áp suất chuẩn hóa (p) cho các giá trị áp suất trong khác nhau (p)

p (kPa)	P_n	
	Vật liệu 1	Vật liệu 2
10	324	43
20	648	85
30	972	128
40	1295	171
50	1619	214
100	3238	427
150	4858	640
200	6477	854

Để kiểm tra ứng xử trị riêng tuyến tính, hệ số tải trọng ổn định tuyến tính chuẩn hóa ($K_c^l = 10^5 \times \sigma_{cr} / E_{eq}$) được đưa

ra bởi Ovesy và Fazilatı [7], trong đó: σ_{cr} ứng suất ổn định tới hạn tuyến tính của dầm và $E_{eq} = \sqrt{E_l E_t}$ là mô-đun đàn hồi Young tương đương của vật liệu composite trực hướng (Paschero et al [8]). Bán kính cong của dầm trong trường hợp tải này được cho như sau:

$$R_D = \frac{(1 + \nu_{xx}^2)^{\frac{3}{2}}}{\nu_{xx}} \quad (8)$$

Biểu thức xác định độ võng $v(X)$ tương ứng với các dạng bất ổn định được phát triển bởi Nguyen et al. [1] như sau:

$$v(X) = \frac{F_p + C_s^0}{F_p - F + C_s^0} \frac{B}{\Omega} \sin(\Omega X) \quad (9)$$

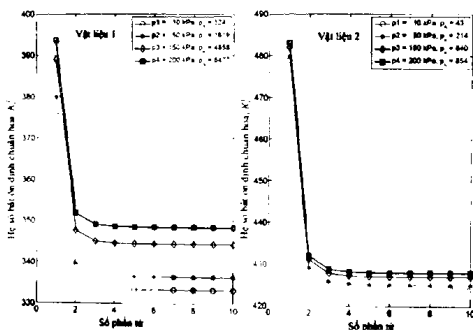
Trong đó: $F_p = \pi R_b^2$ là áp lực trong do áp suất hơi tạo nên. $C_s^0 = \frac{1}{2} k_y A_0 C_{66}$ (với $k_y = 0.5$ là hệ số điều chỉnh trượt) và B là hằng số bất kỳ. Đại lượng $\Omega = \frac{\pi}{t_0}$ cho dạng bất ổn định cơ bản trong trường hợp tải trọng dọc trục.

Bán kính cong R_b trong trường hợp này được xác định tại $X=l_0/2$. Từ các phương trình (8) và (9), ta có bán kính cong của dầm hơi HOWF trong trường hợp gối tựa đơn:

$$R_b = \left| \frac{(F_p + C_s^0 - F) t_0}{(F_p + C_s^0) B \pi} \right| \quad (10)$$

3. KẾT QUẢ VÀ THẢO LUẬN

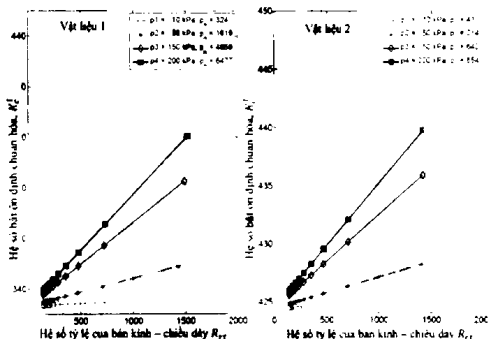
Như kết quả thể hiện trong hình 1, nghiên cứu hội tụ trên nghiệm là hệ số bất ổn định được chuẩn hóa K_c^1 của mô hình LFEIB, cho thấy khoảng 6 phân tử là đủ cho kết quả hội tụ. Các kết quả này phù hợp tốt với kết quả từ mô hình giải tích (Nguyen et al [1]) (bảng 3). Với các áp suất trong cho trước, các kết quả từ mô hình giải tích biến thiên trong vùng rộng hơn kết quả từ mô hình LFEIB. Sự sai khác giữa các kết quả lần lượt là 8.67% và 3.50% trong hai trường hợp vật liệu 1 và 2.



Hình 1. Nghiên cứu hội tụ nghiệm số của hệ số bất ổn định tuyến tính chuẩn hóa ($K_c^1 = 10^3 \times \sigma_{cr} / E_{eq}$) cho mô hình dầm LFEIB gối tựa đơn.

Bảng 3. Hệ số bất ổn định (K_c) so sánh giữa nghiệm từ mô hình LFEIB và mô hình giải tích

Vật liệu	Áp suất chuẩn hóa, p_n	Hệ số bất ổn định chuẩn hóa, K_c^1		Sai lệch (%)
		Mô hình giải tích (Nguyen et al 2012 [1])	Mô hình đàm hơi tuyến tính (LFEIB)	
1	324	305.6	333.3	8.67
	1619	314.9	336.4	6.60
	4858	339.0	344.4	1.58
	6477	351.5	348.4	0.89
2	43	409	424.4	3.50
	214	412.0	425.2	3.15
	640	417.5	427.1	2.27
	854	420.2	428.0	1.84



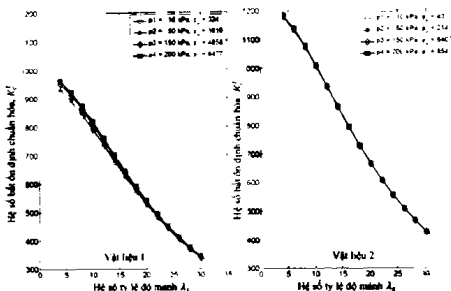
Hình 2. Hệ số bất ổn định tuyến tính chuẩn hóa ($K_c^1 = 10^3 \times \sigma_c E$) theo hệ số tỷ lệ của bán kính - chiều dày $R_n = R_0/t_0$ cho mô hình đàm hơi LFEIB gói tư đơn

Dựa trên kết quả hội tụ, sự biến thiên của hệ số K_c^1 theo hệ số tỷ lệ của bán kính và chiều dày R_n được thể hiện trong hình 2. Dầm được xét có chiều dài 3m, bán kính 0.14m và có bề dày lớp vải được biến thiên

để thay đổi tỷ lệ R_n . Trong cả hai trường hợp vật liệu, áp suất hơi có ảnh hưởng tăng dần lên hệ số K_c^1 tại giá trị lớn của R_n . Hơn nữa, hệ số tải trọng bất ổn định K_c^1 là một hàm của R_n phụ thuộc vào giá trị áp suất chuẩn σ

hóa p_r : Tại giá trị p_r cao, độ tăng của K_c^1 trở nên rộng hơn. Các thông số vật liệu chỉ gây ảnh hưởng đáng chú ý lên độ lớn của K_c^1 . Các kết quả này làm nổi bật sự quan trọng của bề dày vật liệu: Sợi vật liệu dày hơn với

số lượng sợi nhiều hơn cho ra loại vải mạnh hơn (giá trị R_m thấp). Với dầm hơi làm từ loại vải mạnh hơn, ta có thể tăng khả năng chịu tải của dầm bằng cách tăng áp suất trong lên do khả năng chịu kéo cao của vải.

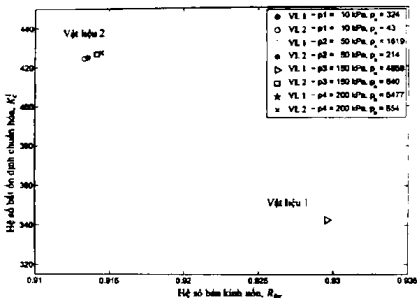


Hình 3 Hệ số bất ổn định tuyến tính chuẩn hóa ($K_c^1 = 10^3 \times \sigma_{cr} / E_{eq}$) theo hệ số tỷ lệ độ mảnh $\lambda_s = L/p$ cho mô hình dầm LFEIB gối tựa đơn

Hình 3. chỉ ra sự biến thiên lớn của hệ số K_c^1 theo sự thay đổi của hệ số tỷ lệ độ mảnh λ_s của dầm hơi HOWF. Dầm được xét có bán kính 0.14m và chiều dài thay đổi từ 0.5 đến 3m để thay đổi độ mảnh λ_s . Ảnh hưởng của áp suất trong p_r chỉ thấy rõ tại giá trị thấp độ mảnh của dầm trong trường hợp vật liệu 1. Áp suất chuẩn hóa chỉ thể hiện rõ vai trò tại dầm bán kính R_0 lớn (giá trị λ_s thấp). Trong trường hợp vật liệu có cơ tính cao, ảnh hưởng của áp suất trong không đáng kể.

Để đánh giá sự bất ổn định uốn phụ thuộc vào tỷ lệ bán kính uốn, ta định nghĩa tỷ lệ bán kính uốn R_{br} là $\frac{R_b B}{2R_0}$, trong đó, tỷ lệ

bán kính cong R_b đến bán kính ngoài R_0 của dầm trước khi chịu uốn. Hệ số chuẩn hóa K_c^1 , sau đó được vẽ theo tỷ lệ R_{br} (hình 4). Ta thấy, sự sai khác do tính chất của vật liệu khá lớn giữa các kết quả: Sự biến thiên của K_c^1 theo sự thay đổi của tỷ lệ R_{br} giữa hai loại vật liệu trong 23.95% và 21.08% trong trường hợp áp suất thấp nhất và lớn nhất. Ngược lại, sự sai khác do ảnh hưởng của áp suất là nhỏ: Biến thiên của K_c^1 với R_{br} là 3.56% trong trường hợp vật liệu 1 và giảm còn 0.66% trong trường hợp vật liệu 2. Những kết quả này cho thấy, áp suất trong có ảnh hưởng giảm dần trong trường hợp vật liệu mô đun đàn hồi cao. Nói cách khác, áp suất trong chỉ có vai trò nổi bật khi cơ tính của vật liệu thấp.



Hình 4. Hệ số bất ổn định tuyến tính chuẩn hóa ($\bar{K} = 10^5 \times \sigma_{cr} / E_{ca}$) theo hệ số bán kính uốn $R_{Dr} = \frac{R_b B}{2 R_0}$ cho mô hình dầm LFEIB gỏi tua đơn

4. KẾT LUẬN

Bài báo trình bày mô hình số của dầm hơi tuyến tính chế tạo từ vải composite trực hướng. Các nghiên cứu về hội tụ nghiệm số, đánh giá ảnh hưởng của các tham số lên ứng xử bất ổn định của dầm được thực hiện. Mô hình dầm hơi tuyến tính này, chứng tỏ được tính phù hợp trong các trường hợp vật liệu có mô-đun đàn hồi cao và áp suất hơi bên trong lớn. Các kết quả từ mô hình này được dùng làm cơ sở để phát triển mô hình phi tuyến trong các nghiên cứu kế tiếp. ❖

Ngày nhận bài: 12/7/2016

Ngày phản biện: 10/9/2016

Tài liệu tham khảo:

[1] Nguyen, T.-T., Ronel, S., Massenzio, M., Apedo, K. and Jaquetin, E. (2012a). Analytical buckling analysis of an inflatable beam made of orthotropic technical textiles. *Thin-Walled Structures*, 51(0):186 – 200.
 [2] Davids, W and Zhang, H. (2008). Beam finite element

for nonlinear analysis of pressurized fabric beam-columns. *Engineering Structures*, 30:1969–1980.
 [3] Davids, W. G (2007). Finite-element analysis of tubular fabric beams including pressure effects and local fabric wrinkling. *Finite Elements in Analysis and Design*, 44:24–33.
 [4] Houliara, S and Karamanos, S. (2006). Buckling and post-buckling of long pressurized elastic thin-walled tubes under in-plane bending. *International Journal of Non-Linear Mechanics*, 41:491–511
 [5] Houliara, S. and Karamanos, S. (2010). Stability of long transversely-isotropic elastic cylindrical shells under bending. *International Journal of Solids and Structures*, 47:10–24
 [6] Cheng, X. and Xiong, J. (2009). A novel analytical model for predicting the compression modulus of 2D PWF composites. *Composite Structures*, 88:296–303.
 [7] Ovesy, H and Fazilat, J. (2009). Stability analysis of composite laminated plate and cylindrical shell structures using semi-analytical finite strip method *Composite Structures*, 89(3):467–474
 [8] Paschero, M. and Hyer, M. W (2009). Axial buckling of an orthotropic circular cylinder Application to orthognd concept. *International Journal of Solids and Structures*, 46(11):2151–2171. Special Issue in Honor of Professor Liviu Librescu.