SỐ GẦN ĐÚNG TRONG DẠY HỌC TOÁN Ở BẬC PHỔ THÔNG

LÊ THÁI BẢO THIÊN TRUNG*

TÓM TẮT

Trong hầu hết các ngành nghề ở bậc Cao đẳng - Đại học, người học ít nhiều đều phải thực hiện các tính toán gần đúng. Nhưng chỉ một số ít trong số các ngành học ở bậc này còn nghiên cứu sâu về số gần đúng. Vì vậy, người học chỉ dựa chủ yếu vào các kiến thức đã tiếp thu ở bậc phổ thông khi thực hiện các phép tính gần đúng. Chúng tôi sẽ làm rõ trong bài báo này một phần thực tế dạy học đối tượng số gần đúng ở bậc phổ thông nhằm giải thích cho những ứng xử chưa đúng khi người học thực hành tính gần đúng.

Từ khóa: dạy học toán, số gần đúng, xấp xỉ thập phân, độ chính xác, máy tính bỏ túi.

ABSTRACT

Approximate number in high school mathematics education

In almost all disciplines of Higher Education, students more or less have to perform approximate calculations, but only in some of these disciplines are students still studying approximation. The practice of approximate calculation is therefore mainly based on knowledge acquired at high school. This article analyses a part of the practical teaching of approximation in high school to explain learner's incorrect solutions when practising approximate calculations

Keywords: teaching and learning of mathematics, approximate number, decimal approximation, accuracy, calculator

1. Một số yếu tố toán học về đối tượng số gần đúng

Bài báo này, chúng tôi chỉ chọn phân tích một số khía cạnh cơ bản cần thiết nhằm giải thích và đánh giá thực trạng dạy học đối tượng này ở trường phổ thông.

Nếu chúng ta xem các nội dung về số gần đúng được trình bày trong các giáo trình đại học là sự tiến triển tương đối hiện đại của đối tượng số gần đúng thì việc phân tích các giáo trình đại học cho phép rút ra một số đặc trưng khoa học luận về đối tượng này.

Có nhiều giáo trình toán ở bậc đại học Việt Nam bàn đến chủ đề "số gần đúng" ở các môn học mang tên *Phương pháp tính* hay *Giải tích số* và tất cả chỉ giới hạn vào vấn đề xấp xỉ thập phân. Chúng tôi cũng giới hạn nghiên cứu của mình trên số gần đúng thập phân, kiểu số gần đúng được sử dụng gần như duy nhất trong các tính toán thông thường.

1.1. Các loại sai số

Vì đối tượng số gần đúng không thể tách rời khỏi khái niệm sai số nên chúng ta cần phân biệt các loại sai số và nhờ đó sẽ giới hạn loại sai số sẽ bàn đến.

Sai số giả thiết: là sai số không tránh khỏi khi áp dụng các mô hình toán học để giải thích thực tế bởi vì thông thường các mô hình sẽ không thể biểu

* TS, Trường Đại học Sư phạm TPHCM

diễn đúng hoàn toàn thực tế. Chẳng hạn, để giải thích mối liên hệ giữa mức chi tiêu của người dân theo thu nhập của họ, người ta sử dụng mô hình hồi quy tuyến tính đơn giản:

chi tiêu$_i$ = A + B *(thu nhập$_i$) + U$_i$

trong đó: A và B là hằng số còn U$_i$ là sai số giả thiết ứng với mỗi cặp thu nhập và chi tiêu của một người thứ i được quan sát.

Trong thực tế, với cùng một mức thu nhập như nhau, ta có thể quan sát thấy nhiều mức chi tiêu khác nhau. Vì vậy, không thể mô tả chính xác mối quan hệ thống kê bằng một công thức toán học nếu thiếu loại sai số này.

Sai số số liệu: là loại sai số gây ra do các số liệu thường được thu thập bằng các công cụ đo đạc.

Sai số phương pháp: là loại sai số có nguồn gốc từ các thuật toán khác nhau trong phương pháp tính. Ví dụ như việc tìm nghiệm gần đúng của phương trình f(x)=0 có nhiều phương pháp khác nhau như phương pháp dây cung, phương pháp Newton- Raphson, phương pháp Bairstow... Mỗi phương pháp sẽ cho nghiệm gần đúng với độ chính xác khác nhau.

Sai số tính toán: là loại sai số tích lũy trong quá trình thực hiện các phép toán gần đúng. Nghĩa là các sai số trung gian sẽ ảnh hưởng đến sai số của kết quả cần tìm.

Bài báo sẽ giới hạn xem xét loại sai số cuối cùng, sai số gây ra do tính toán.

1.2. Sai số tuyệt đối và độ chính xác của số gần đúng

Khi ước lượng một số thực bằng một số gần đúng mà không đánh giá được độ chính xác thì số gần đúng ấy không có giá trị sử dụng. Nói cách khác mọi số đều là số gần đúng của nhau và vấn đề là số nào gần với số cần tìm hơn.

Để đánh giá một số gần đúng người ta định nghĩa các khái niệm: *sai số tuyệt đối* hay *sai số tuyệt đối giới hạn.*

Chẳng hạn, gọi A là số gần đúng của số a, người ta định nghĩa :

"Trị tuyệt đối $|A-a|$ gọi là sai số tuyệt đối của a.

$|a-A|\le \Delta_a$.

Số dương Δ_a này gọi là sai số tuyệt đối giới hạn của a."([3], tr. 7)

Khái niệm sai số tuyệt đối giới hạn có thể được định nghĩa như sau :

"Nếu a* là giá trị đúng của một đại lượng và a là giá trị gần đúng của a* thì sai số tuyệt đối của giá trị gần đúng a là đại lượng Δa sao cho $|a^*-a|\le \Delta a$. Vậy $a-\Delta a\le a^*\le a+\Delta a$. Ta thường ghi: $a^* = a\pm\Delta a$." ([4], tr.13)

Về mặt toán học hai khái niệm sai số tuyệt đối và sai số tuyệt đối giới hạn là như nhau. Tuy nhiên, dạng bất đẳng thức xuất hiện trong định nghĩa thứ hai hàm ý rằng chúng ta thường không tìm được sai số tuyệt đối trong thực tế.

"[...] trong những điều kiện cụ thể người ta chọn Δ_a là số dương bé nhất có thể được." ([3], tr.7)

Đứng trước yêu cầu cần ước lượng một số nào đó ta đi tìm số gần đúng và cần phải đánh giá số gần đúng này nghĩa là lại phải ước lượng sai số tuyệt đối.

Thuật ngữ *độ chính xác* được hiểu là một ước lượng của sai số tuyệt đối.

Chẳng hạn, sai số tuyệt đối của $\sqrt{2}$ với số gần đúng 1,41 được biểu diễn hình thức là $|\sqrt{2}-1,4|$. Tuy nhiên, biểu diễn hình thức này chẳng cho biết được độ chính xác của sai số. Vậy là, ta lại cần phải tính gần đúng $|\sqrt{2}-1,41|$. Nói cách khác, phải bằng lòng với một Δ_a sao cho $|\sqrt{2}-1,41|$ nhỏ nghiêm ngặt hơn Δ_a, chẳng hạn $|\sqrt{2}-1,41| < 10^{-2}$.

Một số gần đúng có vô số độ chính xác và muốn cho độ chính xác là duy nhất ta phải có những ràng buộc. Chẳng hạn, chọn dãy số 10^n (với *n* là số nguyên) làm độ chính xác và khi viết $\Delta a < 10^n$ thì 10^n chính là độ chính xác với *n* nhỏ nhất. Độ chính xác này hay được sử dụng với tên gọi là *độ chính xác thập phân*. Tổng quát hơn, ta có thể chọn bất kì một dãy u_n (với điều kiện $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = +\infty$ và $\lim\limits_{n\to-\infty} u_n = 0$) làm độ chính xác.

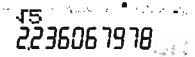
Khi một phương pháp ước lượng luôn cho phép cải thiện độ chính xác trở nên nhỏ như ta mong muốn, về mặt lí thuyết ta nói rằng có thể tìm được sai số tuyệt đối giới hạn.

1.3. Quy tắc làm tròn và độ chính xác thập phân của số gần đúng

Giới hạn trong vấn đề xấp xỉ thập phân, khi thực hiện tính toán gần đúng người ta thường hài lòng chọn một kết quả thập phân theo *quy tắc làm tròn* và trong trường hợp này một độ chính xác có thể không được thông báo tường minh. Quy tắc làm tròn có thể được phát biểu như sau :

"[...] quy tròn sao cho sai số quy tròn tuyệt đối không lớn hơn một nửa đơn vị ở hàng được giữ lại cuối cùng, tức là 5 đơn vị ở hàng bỏ đi đầu tiên, cụ thể là, nếu chữ số bỏ đi đầu tiên ≥ 5 thì thêm vào chữ số giữ lại cuối cùng một đơn vị, còn nếu chữ số bỏ đi đầu tiên <5 thì để nguyên chữ số giữ lại cuối cùng." ([3], tr. 10)

Với quy tắc đã phát biểu, chúng ta sẽ đánh giá được sai số tuyệt đối khi làm tròn số và như vậy xác định được một độ chính xác. Chẳng hạn ta muốn xác định một số gần đúng thập phân của $\sqrt{5}$ với quy tắc làm tròn đến 4 chữ số thập phân sau dấu phẩy từ kết quả từ màn hình giả lập máy tính Casio FX570MS :



Người ta thường viết $\sqrt{5} \approx 2,2361$ mà không nói rõ độ chính xác. Theo tính chất đã phát biểu, sai số tuyệt đối nhỏ hơn hay bằng $0,5.10^{-4}$ và mọi chữ số thập phân của số gần đúng 2,2361 đều là *chữ số chắc chắn*[1]. Ngoài ra, ta có thể chọn một độ chính xác thập phân 10^{-4}, độ chính xác nhỏ nhất dạng 10^n với *n* nguyên dương. Vì lí do này, các phần mềm tính toán thường đưa ra các kết quả dưới dạng các số thập phân bao gồm các chữ số 0 ở cuối cùng; chẳng hạn, kết quả 1,00 cho biết một độ chính xác của số gần đúng này là $0,5.10^{-2}$ khác với số gần đúng 1,0 kém chính xác hơn vì có một độ chính xác $0,5.10^{-1}$

Ta hãy xét một thí dụ khác liên quan đến kết quả từ phần mềm Eviews[2] :

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	29.65190	6.629492	4.474234	0.0015
X2	0.002318	0.504466	0.004596	0.9964
X3	8.484158	0.754483	11.24499	0.0000

Kết quả xác suất ở hàng thứ 3 được viết là 0,0000 cho biết đây là một giá trị gần đúng của xác suất với một độ chính xác $0,5.10^{-4}$ Theo lí thuyết, xác suất nói đến gần bằng 0 nhưng không thể bằng 0.

Cách viết số gần đúng dạng $a \approx \overline{a,a_1a_2...a_n}$ không kèm theo độ chính xác có thể khiến người ta hiểu nhầm : mọi chữ số của nó đều là chữ số chắc chắn nghĩa là nó có một độ chính xác $0,5.10^{-n}$ hay đơn giản hơn nó có một độ chính xác 10^{-n}. Cách hiểu này sai khi chúng ta thực hiện nhiều tính toán gần đúng trung gian nhưng lại không đánh giá sai số tuyệt đối của số cuối cùng thông qua các sai số trung gian.

Chẳng hạn, $\sqrt{7} \approx 2,646$ với độ chính xác $0,5.10^{-3}$ và $\pi \approx 3,142$ với độ chính xác $0,5.10^{-3}$ khi đó kết quả $\sqrt{7} + \pi \approx 5,788$ không còn độ chính xác $0,5.10^{-3}$. Nghĩa là chữ số thập phân cuối cùng của kết quả này không phải là chữ số chắc chắn. Kết quả tính toán trực tiếp từ màn hình giả lập máy tính cầm tay FX 570MS như sau :

$\sqrt{7}+\pi$

5.781343965

Không khó để chứng minh quy luật đơn giản về sai số đối với hai phép toán cộng và trừ :

Khi thực hiện phép cộng hay trừ trên mỗi cặp số gần đúng có cùng số chữ số thập phân, giả sử có *n* chữ số thập phân, với điều kiện mọi chữ số của chúng đều chắc chắn thì kết quả nhận được chỉ đảm bảo n-1 chữ số thập phân đầu tiên là chắc chắn.

Tuy nhiên, quy luật về sai số đối với phép nhân hay chia các cặp số thập phân phức tạp hơn nhiều và phụ thuộc vào độ lớn của các số thập phân trong phép tính. Khái niệm *sai số tương đối*[3] có thể được sử dụng để nghiên cứu sai số trong các phép tính nhân và chia.

Trong phần tiếp theo, chúng tôi sẽ trình bày một số kết quả phân tích chương trình và các sách giáo khoa (SGK) toán phổ thông để làm rõ những mong đợi của thể chế về việc dạy học đối tượng số gần đúng cũng như những hậu qua gây ra do sự chênh lệch giữa mối quan hệ thể chế với những yếu tố toán học về đối tượng tri thức này đã làm rõ.

2. Đối tượng số gần đúng trong chương trình toán phổ thông

2.1. Những mong đợi từ cấp độ chương trình

Các nội dung liên quan trực tiếp đến tri thức về số gần đúng được giảng dạy ở lớp 7 (bậc trung học cơ sở) và lớp 10 (bậc trung học phổ thông). Giống như các giáo trình đại học đã phân tích, chương trình toán phổ thông cũng giới hạn chỉ đề cập đến đối tượng số gần đúng thập phân.

Các mục tiêu giảng dạy số gần đúng được ghi trong chương trình Toán 7 (tr. 97) như sau :

Về kĩ năng học sinh phải : "vận dụng thành thạo các quy tắc làm tròn số".

Về kiến thức học sinh " biết ý nghĩa của việc làm tròn số " với ghi chú "không đề cập đến các khái niệm sai số tuyệt đối, sai số tương đối, các phép toán về sai số".

Kết quả phân tích các giáo trình đại học cho phép đặt ra các câu hỏi: nếu khái niệm sai số tuyệt đối hoàn toàn không được đề cập đến ở Toán 7 thì những ý nghĩa nào mà thể chế có thể mong đợi ở người học đối với việc làm tròn số ?

Chương trình Toán 10 (tr. 34) đặt ra mục tiêu :

Về kĩ năng: "viết được số quy tròn dựa vào độ chính xác cho trước" và "biết sử dụng máy tính bỏ túi để tính toán với các số gần đúng".

Về kiến thức: "Biết khái niệm số gần đúng, sai số".

Như vậy, chúng ta đã thấy sự xuất hiện của hai đối tượng cơ bản gắn với khái niệm số gần đúng: sai số và độ chính xác. Sự xuất hiện này cho phép đề cập đến ý nghĩa chính xác của các quy tắc làm tròn mà học sinh đã được yêu cầu thực hiện thành thạo ở lớp 7.

Ngoài ra máy tính bỏ túi (MTBT) đã chính thức được yêu cầu sử dụng và trở thành công cụ duy nhất giúp khai triển thập phân các số thực ở bậc học này. Chúng ta cần thiết phải chấp nhận tiên đề công cụ của Birebent (2001) để đảm bảo cho các kết quả đọc từ MTBT:

Tiên đề công cụ: Sau mỗi lần ấn phím EXE[4], kết quả hiển thị là số thập phân gần đúng đã làm tròn của phép tính đã nhập vào màn hình soạn thảo. (tr. 81)

2.2. Một số kết quả phân tích các SGK

2.2.1. Sách giáo khoa Toán 7

Các quy tắc làm tròn được SGK Toán 7 (tập 1) trình bày cùng với ví dụ cụ thể:

" *Trường hợp 1: Nếu chữ số đầu tiên trong các chữ số bị bỏ đi nhỏ hơn 5 thì ta giữ nguyên bộ phận còn lại. Trong trường hợp số nguyên thì ta thay các chữ số bị bỏ đi bằng các chữ số 0.*

Ví dụ: a) Làm tròn số 86,149 đến chữ số thập phân thứ nhất. Ta nhận thấy số 86,149 có chữ số thập phân thứ nhất là 1. Chữ số đầu tiên bị bỏ đi là 4 (nhỏ hơn 5) nên ta giữ nguyên bộ phận còn lại. Ta được 86,149 $\approx$86,1 (làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất).

[...]

Trường hợp 2: Nếu chữ số đầu tiên trong các chữ số bị bỏ đi lớn hơn hoặc bằng 5 thì ta cộng thêm 1 vào chữ số cuối cùng của bộ phận còn lại. Trong trường hợp số nguyên thì thay các chữ số bị bỏ đi bằng các chữ số 0.

Ví dụ: a) Làm tròn số 0,0861 đến chữ số thập phân thứ hai. Số 0,0861 có chữ số thập phân thứ hai là 8. Chữ số đầu tiên bị bỏ đi là 6 (lớn hơn 5) nên ta phải cộng 1 vào 8, ta được 0,0861 $\approx$0,09 (làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai). " (tr. 36)

Sau khi phân tích phần bài tập, chúng tôi không tìm thấy một lí do nào từ phương diện toán học cũng như thực tế giải thích cho các quy tắc làm tròn số. Nghĩa là tại sao người ta phải làm tròn số. Việc làm tròn số từ một số thập phân cho trước dường như chỉ mang ý nghĩa là sự viết gọn số thập phân này kèm theo dấu $\approx$.

2.2.2. Các SGK Toán 10

Với sự tồn tại song song hai bộ sách giáo khoa (SGK), cơ bản và nâng cao, các sách giáo viên (SGV) ứng với hai quyển sách giáo khoa của từng bộ phát triển những mong đợi của chương trình có chút khác biệt.

Sách giáo viên bộ cơ bản phát biểu mục tiêu học sinh cần đạt như sau:

" Nắm vững các khái niệm số gần đúng, sai số tuyệt đối, độ chính xác của một số gần đúng và biết cách viết số quy tròn của số gần đúng căn cứ vào độ chính xác cho trước". (SGV Đại số 10 cơ bản, tr.45)

Sách giáo viên bộ nâng cao phát biểu nhiều yêu cầu hơn.

"Giúp học sinh :

Về kiến thức

Nhận biết được tầm quan trọng của số gần đúng, ý nghĩa của số gần đúng;

- Nắm được thế nào là sai số tuyệt đối, sai số tương đối, độ chính xác của số gần đúng, biết dạng chuẩn của số gần đúng.

Về kĩ năng

Biết cách quy tròn số, biết xác định các chữ số chắc chắn của số gần đúng;

Biết dùng kí hiệu khoa học để ghi những số rất lớn và rất bé."

(SGV Đại số 10 nâng cao, tr.24)

Cả hai quyển SGK Đại số 10 đều tiếp tục nhấn mạnh các kĩ năng làm tròn số theo quy tắc đã giảng dạy ở lớp 7 cùng với yêu cầu lĩnh hội các khái niệm sai số tuyệt đối và độ chính xác của số gần đúng.

Bây giờ chúng ta hãy xem xét một số kết quả phân tích SGK để trả lời cho câu hỏi: Ý nghĩa nào của các quy tắc làm tròn sẽ xuất hiện trong SGK khi có mặt khái niệm sai số tuyệt đối và độ chính xác của số gần đúng ?

Cả hai SGK đều giới thiệu khái niệm sai số tuyệt đối giống như trong giáo trình đại học (xem trích dẫn ở đoạn trên) và làm rõ khái niệm độ chính xác.

Nếu $\Delta_a = |\overline{a} - a| \le d$ thì $-d \le \overline{a} - a \le d$ hay $a - d \le \overline{a} \le a + d$. Ta nói a là số gần đúng của $\overline{a}$ với **độ chính xác d**, và quy ước viết gọn là $\overline{a} = a \pm d$. (Đại số 10 cơ bản , tr.20)

Đến đây, thể chế sử dụng hai cách viết số gần đúng, chẳng hạn $\pi \approx 3,14$ (ngầm ẩn làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai) hay $\pi = 3,14 \pm 0,05$. Nhưng chỉ có cách viết thứ nhất được sử dụng trong các tính toán gần đúng về sau.

Khai triển thập phân của số thực bằng máy tính cầm tay được hướng dẫn tường minh trong các SGK. Chẳng hạn "4. Thực hiện phép tính sau trên máy tính bỏ túi (trong kết quả lấy 4 chữ số ở phần thập phân)

a) $3^7\sqrt{14}$

b) $\sqrt[3]{15}.12^4$

Hướng dẫn cách giải câu a). Nếu dùng máy tính CASIO fx-500 MS ta làm như sau

Ấn $\boxed{3}\ \boxed{\wedge}\ \boxed{7}\ \boxed{x}\ \boxed{\sqrt{}}\ \boxed{1}\ \boxed{4}\ \boxed{=}$

Ấn liên tiếp phím $\boxed{\text{MODE}}$ cho đến khi màn hình

Fix	Sci	Norm
1	2	3

hiện ra

Ấn liên tiếp $\boxed{1}\ \boxed{4}$ để lấy 4 chữ số ở phần thập phân. Kết quả hiện ra trên màn hình là 8183.0047." (Đại số 10 cơ bản, tr.23)

Tuy nhiên, việc đọc kết quả không được giải thích bằng các tri thức toán học về số gần đúng đã giảng dạy. *Thể chế dạy học toán bậc phổ thông*[5] (gọi tắt là thể chế) mong đợi học sinh sử dụng quy tắc làm tròn khi đọc các kết quả tính toán gần đúng từ màn hình MTBT nhưng không giải thích gì về độ chính xác của các kết quả này từ các khái niệm sai số tuyệt đối hay độ chính xác đã giới thiệu.

2.2.3. Số gần đúng với vai trò công cụ trong chủ đề **giải tam giác**[6]

Sau khi đối tượng số gần đúng được nghiên cứu ở lớp 10, nó trở thành công cụ trong các bài toán tính gần đúng sau đó, chẳng hạn tính gần đúng diện tích, thể tích và giải tam giác… Chúng tôi giới hạn nghiên cứu của mình trong chủ đề giải tam giác (trong nội dung hình học lớp 10) vì ở đó việc tính gần đúng được thực hiện nhiều nhất với mục đích: xét xem các khái niệm cơ bản gắn với đối tượng số gần đúng như sai số tuyệt đối và độ chính xác được vận dụng như thế nào.

Trong chủ đề giải tam giác, thể chế cho phép và mong đợi học sinh thực hiện tính toán gần đúng. Người học sẽ giải mã điều này thông qua việc các số đo cạnh có đơn vị "cm" và góc có đơn vị " ° ". Chẳng hạn :

"Cho tam giác ABC có $\hat{A}=120^0$, cạnh b=8cm và c= 5cm. Tính cạnh a và các góc $\hat{B}$, $\hat{C}$." (Hình học 10 cơ bản, tr 59)

Sau đây là lời giải mong đợi trong sách giáo viên :

"Theo định lí côsin ta có:

$$a^2 = 8^2 + 5^2 - 2.8.5.\left(-\frac{1}{2}\right) = 129$$

$$\Rightarrow a \approx 11,36cm$$

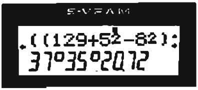
$$\cos B = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac} = \frac{129 + 5^2 - 8^2}{2.11,36.5} \approx 0,79$$

$$\Rightarrow \hat{B} \approx 37^0 48'$$

$$\hat{C} = 180^0 - \left(\hat{A} + \hat{B}\right) \approx 22^0 12'$$

(SGV Hình học 10 cơ bản, tr 68)

Tuy nhiên, nếu ta tính trực tiếp góc B theo công thức $\hat{B} = \cos^{-1}\left(\frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}\right)$ với giá trị chính xác a^2 = 129 bằng MTBT ta có :



Nghĩa là hai chữ số thập phân sau dấu phẩy từ kết quả của SGV không phải là các chữ số chắc chắn.

Tất cả đề bài toán giải tam giác trong hai quyển SGK hình học 10 (cơ bản và nâng cao) đều thiếu quy định về độ chính xác của các kết quả cần tính. Các kết quả gần đúng trình bày trong bài giải được đọc từ màn hình hiển thị kết quả thập phân của MTBT bằng quy tắc làm tròn nhưng không hề chỉ rõ độ chính xác.

Thể chế mong đợi học sinh tính gần đúng kết quả cuối cùng thông qua các kết quả gần đúng trung gian và điều này làm cho các chữ số của kết quả cuối cùng không còn đảm bảo là các chữ số chắc chắn nữa. Nói cách khác ta hoàn toàn không biết độ chính xác của kết quả cần tìm.

3. Một số ảnh hưởng của các SGK đến quan niệm của học sinh về số gần đúng

Những phân tích ở trên cho thấy việc sử dụng MTBT và đọc kết quả không có mối liên hệ với các tri thức toán học về số gần đúng đã giảng dạy. Nhằm làm rõ những ảnh hưởng của các kết luận trên chúng tôi đã tiến hành một thực nghiệm và sẽ chọn giới thiệu trong bài báo này một phần kết quả nghiên cứu thực nghiệm.

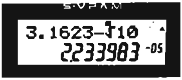
Câu hỏi dưới đây đã được đặt ra cho 132 học sinh các lớp 10, 11 và 12 (những học sinh đã học xong phần "số gần đúng" và "giải tam giác") :

"Nếu phải chọn một trong hai số gần đúng của số $\sqrt{10}$ dưới đây để tiếp tục thực hiện các tính toán em sẽ chọn số nào?

a) 3,1623 b) 3,16227

Giải thích sự lựa chọn của em .... "

Học sinh được phép sử dụng MTBT và chúng tôi đã đặt học sinh vào một tình huống mà ở đó quy tắc làm tròn sẽ dẫn đến việc chọn số gần đúng ở trường hợp a. Tuy nhiên số gần đúng ở trường hợp b) có độ chính xác tốt hơn. Với các kết quả gần đúng hiển thị trên màn hình kết quả:



Ta ước lượng được : $\left|\sqrt{10}-3,16227\right| < 0.8.10^{-5} < 2.10^{-5} < \left|\sqrt{10}-3,1623\right|$.

Kết quả thực nghiệm cho thấy 91/132 học sinh được hỏi (chiếm 69%) chọn số gần đúng của câu a) và 74 trong số 91 học sinh này giải thích tường minh rằng phải sử dụng quy tắc làm tròn số để chọn số gần đúng khi đọc kết quả từ màn hình MTBT. Không có học sinh nào giải thích cho sự lựa chọn của mình bằng các khái niệm sai số tuyệt đối hay độ chính xác. Ngoài ra chúng tôi cũng quan sát thấy nhiều học sinh chọn số gần đúng căn cứ vào tiêu chuẩn độ dài thập phân sau dấu phẩy. Chẳng hạn:

13% học sinh được hỏi đã chọn số gần đúng ở trường hợp a) với giải thích: *"Vì số này ngắn gọn hơn"*

21% học sinh được hỏi đã chọn số gần đúng ở trường hợp b) với giải thích: *"Vì phần thập phân phía sau càng nhiều thì độ chính xác của con số càng cao"*.

Một bài toán thuộc kiểu "Giải tam giác" cũng được đặt ra trong thực nghiệm:

"Cho tam giác ABC vuông tại C và góc B bằng 75^0 độ dài BC = 15.

a) Hãy tính AB và AC

b) Gọi M là một điểm trên đoạn AB sao cho BM = $\frac{2}{3}$AB và N là một điểm trên cạnh BC sao cho MN vuông góc với BC. Hãy tính BN và MN.
(Kết quả cuối cùng cần chính xác đến 4 chữ số thập phân sau dấu phẩy) "

Và các kết quả quan sát được phù hợp với những kết quả phân tích SGK: tất cả học sinh được hỏi sử dụng ít nhất một lần kết quả trung gian để tính MN; không có học sinh nào có ý thức cần lấy nhiều hơn 4 chữ số thập phân ở bước trung gian để hi vọng kết quả cuối cùng có thể chính xác đến 4 chữ số thập phân sau dấu phẩy. Học sinh không để ý gì đến việc sai số ở các bước tính trung gian sẽ ảnh hưởng đến sai số của kết quả tính gần đúng cuối cùng.

Câu hỏi kế tiếp đặt học sinh vào một tình huống mà ở đó không có số nào trong hai số gần đúng của π được lựa chọn từ quy tắc làm tròn :
" Nếu phải chọn một trong hai số gần đúng của số π dưới đây để tiếp tục thực hiện các tính toán em sẽ chọn số nào?

a) 3,143 b) 3,1401

Giải thích sự lựa chọn của em: ....
.... "

Số gần đúng ở trường hợp b) có độ dài thập phân dài hơn số của trường hợp a) nhưng lại kém chính xác hơn. Thật vậy, nhờ MTBT ta có: $|\pi \quad 3,143| < 1,41.10^{-3} < 1,49.10^{-3} < |\pi - 3,1401|$.

Với câu hỏi này, chúng tôi muốn đặt học sinh ra khỏi phạm vi vận hành của việc chọn số thập phân gần đúng theo quy tắc làm tròn đã hình thành qua quá trình dạy học đối tượng số gần đúng. Tuy nhiên sự ảnh hưởng của quan niệm này rất mạnh và dẫn tới 17/123 (chiếm 17%) từ chối chọn một trong hai số đã đề nghị với giải thích :

" Em không chọn số nào vì theo em phải là 3,142. "

Tình huống này cũng đã cho phép các yếu tố liên quan đến sai số tuyệt đối và độ chính xác xuất hiện trong lời giải thích của 59/123 học sinh (chiếm 45%). Tuy nhiên, việc so sánh các sai số tuyệt đối đòi hỏi phải làm việc với các bất đẳng thức (một kĩ thuật đặc trưng của giải tích thực) và điều này đã gây khó khăn cho học sinh Việt Nam vì ít khi họ làm việc bằng các kĩ thuật này[7]. Chẳng hạn, một học sinh viết :

" Ta có 3,1401<3,1415<3,143

Sai số tuyệt đối của a): 3,143-3,1415=0,015

Sai số tuyệt đối của b): 3,1415-3,1401= 0,014

Sai số tuyệt đối của b) nhỏ hơn sai số tuyệt đối của a) "

Chúng tôi cũng ghi nhận được ba bài làm cho kết quả đúng từ việc vận dụng tương đối hoàn chỉnh khái niệm sai số tuyệt đối :

" Ta có $\pi \approx 3.141592654$...

Ta có: $|\pi - 3,143| = 1.407346641 \times 10^{-3}$ (1)

$|\pi - 3,1401| = 1.49265359 \times 10^{-3}$ (2)

$\Rightarrow (2) > (1) \Rightarrow (2)$ sai số nhiều hơn (1)

$\Rightarrow$ chọn (1) thì sai số ít hơn, kết quả chính xác hơn. "

Những thông tin tích cực thu được từ kết quả thực nghiệm cho thấy khả năng hình thành sự nối khớp[8] giữa MTBT và vấn đề xấp xỉ thập phân thông qua việc những tình huống dạy học phá vỡ quy tắc chọn số gần đúng từ việc làm tròn số (nhưng không cần hiểu lí do) - quy tắc đã hình thành ở người học do chính việc trình bày của SGK gây ra.

4. Kết luận

Các tính toán gần đúng ở bậc phổ thông được thực hiện với MTBT nhưng thiếu nối khớp với các yếu tố lí thuyết giải thích cho độ chính xác của số gần đúng. Vì vậy, khi chọn kết quả gần đúng từ màn hình kết quả của MTBT, người học chỉ đơn thuần áp dụng quy tắc làm tròn chứ không dựa vào độ chính xác. Thể chế đã không tạo điều kiện để học sinh hiểu rằng độ chính xác của các phép tính gần đúng trung gian sẽ ảnh hưởng đến độ chính xác của kết quả cuối cùng (kết quả cần tính). Một nghiên cứu thực nghiệm của chúng tôi cho thấy cần phải xây dựng những tình huống phá vỡ quy tắc làm tròn không dựa trên độ chính xác để mang đến sự nối khớp giữa MTBT với việc xấp xỉ thập phân

Nếu thực hiện tính gần đúng thông qua các số gần đúng nhận được từ các tính toán gần đúng trung gian thì độ chính xác ở các bước trung gian sẽ ảnh hưởng đến độ chính xác ở bước cuối cùng. Việc đánh giá độ chính xác của kết quả cuối cùng thông qua các độ chính xác trung gian là cần thiết nhưng thường rất khó thực hiện. Nếu có thể, ta chỉ thực hiện tính toán gần đúng ở bước cuối cùng với MTBT (các tính toán gần đúng ở bậc phổ thông đều có thể thực hiện theo cách này). Nghĩa là thiết lập một quy trình hay một công thức tính toán trực tiếp kết quả và thay số vào bước cuối cùng. Quy trình này thường cho kết quả gần đúng từ màn hình MTBT với độ chính xác rất cao - tất cả các chữ số thập phân hiển thị đều là chữ số chắc chắn. Như vậy, chúng ta cần tích hợp vào dạy học toán các hoạt động đơn giản nhưng giúp học sinh nhận thấy sự ảnh hưởng của sai số do các phép tính trung gian và có ý thức thực hiện tính gần đúng một cách trực tiếp để giảm sai số. Một hoạt động như vậy đã được xây dựng, thực nghiệm, phân tích và chúng tôi sẽ trình bày trong một bài báo khác.

---

[1] Chữ số thập phân thứ k được gọi là chữ số chắc chắn nếu $\Delta a \le \frac{1}{2}.10^{k}$ với Δa là sai số tuyệt đối của số gần đúng a của số thực a^*.

[2] Eviews là một phần mềm thường được sử dụng để xử lí các vấn đề được đề cập trong nghiên cứu Kinh tế lượng.

[4] Ứng với phím $\boxed{=}$ trong máy tính CASIO FX 570MS. Trong một số trường hợp máy tính đang nói đến cho kết quả hữu tỉ, ấn phím $\boxed{a^{b/c}}$ sẽ cho kết quả thập phân được làm tròn với độ chính xác 10^{-9}.

[5] Thuật ngữ *thể chế* được chuyển ngữ từ thuật ngữ *institution* của tiếng Pháp. Trong ngữ cảnh này chúng ta hiểu "thể chế dạy học toán bậc phổ thông" bao gồm các nhà làm chương trình, các nhà viết sách giáo khoa, các chuyên gia, giáo viên có tham gia bàn đến hay ảnh hưởng đến những nội dung toán được giảng dạy ở bậc phổ thông.

[6] Chủ đề giải tam giác bao gồm các bài toán liên quan đến việc tính các độ dài cạnh, số đo góc, độ dài đường trung tuyến... của một tam giác với các giả thiết đủ để xác định tam giác. Chẳng hạn, cho số đo hai cạnh và góc xen giữa, yêu cầu tính độ dài các cạnh và các góc còn lại của tam giác.
[7] Tham khảo Lê Thái Bảo Thiên Trung (2010).
[8] Theo nghĩa của Birebent (2001): Sự nối khớp nói đến theo nghĩa rằng những tính toán gần đúng với máy tính bỏ túi cho các kết quả xấp xỉ thập phân phải chịu sự kiểm soát của các tri thức toán học về độ chính xác của phép tính gần đúng.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. Bộ Giáo dục và Đào tạo (2007), *Chương trình Toán phổ thông*, Nxb Giáo dục.
2. Bộ Giáo dục và Đào tạo: các sách giáo khoa phổ thông môn Toán và các sách giáo viên tương ứng của chương trình hiện hành đã sử dụng trong bài báo.
3. Tạ Văn Đĩnh (2003), *Phương pháp tính*, Nxb Giáo dục.
4. Nguyễn Chí Long (2003), *Phương pháp tính*, Nxb Đại học Quốc gia TPHCM.
5. Lê Thái Bảo Thiên Trung (2011), "Vấn đề ứng dụng công nghệ thông tin trong dạy học toán và các lợi ích của máy tính cầm tay", *Tạp chí Khoa học ĐHSP TPHCM*, 30 (64).
6. Birebent A. (2001), *Articulation entre la calculatrice et l'approximation décimale dans les calculs numériques de l'enseignement secondaire français: choix des calculs trigonométriques pour une ingénierie didactique en classe de Première scientifique*, Thèse, Université Joseph Fourier – Grenoble I.
7. Lê Thái Bảo Thiên Trung (2010), *Notion de limite et décimalisation des nombre réels au lycée*, ISBN: 978-613-1-51572-9, Nxb Universitaire Européennes.

(Ngày Tòa soạn nhận được bài: 14-3-2012; ngày chấp nhận đăng: 19-6-2012)

NHỮNG KHÓ KHĂN TRONG HOẠT ĐỘNG THỰC TẬP GIÁO DỤC...

(Tiếp theo trang 63)

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. Đảng Cộng sản Việt Nam (1997), *Văn kiện Hội nghị lần thứ 2*, Ban chấp hành Trung ương khóa VIII, Nxb Chính trị Quốc gia, Hà Nội.
2. Gônôbôlin PH.N. (1976), *Những phẩm chất tâm lí của người giáo viên*, Nxb Giáo dục, Hà Nội.
3. Phạm Minh Hạc (chủ biên) (2001), *Về phát triển toàn diện con người thời kì công nghiệp hóa – hiện đại hóa*, Nxb Chính trị Quốc gia, Hà Nội.
4. Trần Thị Hương (chủ biên) (2009), *Giáo trình Giáo dục học phổ thông*, Nxb Đại học Sư phạm TPHCM.
5. Hà Nhật Thăng (2010), *Rèn luyện kĩ năng sư phạm*, Nxb Giáo dục Việt Nam.

(Ngày Tòa soạn nhận được bài: 23-11-2011; ngày chấp nhận đăng: 19-6-2012)