DẠY HỌC KHÁI NIỆM ĐẠO HÀM TRONG MỐI LIÊN HỆ VỚI KINH TẾ HỌC

• Lê Thái Bảo Thiên Trung(*), Phạm Hoài Trung(**)

Tóm tắt

Trong bài báo, chúng tôi đề cập đến việc dạy học các nghĩa khác nhau của khái niệm đạo hàm Tiếp theo, một số hoạt động dạy và học đã được chúng tôi xây dựng với mục đích tạo cầu nối giữa các nghĩa của khái niệm này và tri thức kinh tế học. Từ đó, học sinh có thể vận dụng đạo hàm để giải quyết các tình huống trong bối cảnh kinh tế.

Từ khóa: khái niệm đạo hàm, nghĩa hình học, nghĩa xấp xỉ, kinh tế học

1. Đặt vấn đề

Bài toán xác định tiếp tuyến của đường cong trong lĩnh vực hình học là nguồn gốc chủ yếu làm nảy sinh và hình thành tư tưởng về khái niệm đạo hàm [2, tr. 17]. Vào thế kỉ 17, "thừa hưởng những phương pháp xuất hiện trước đó trong việc giải quyết bài toán tìm tiếp tuyến và tính diện tích, tiếp thu những ý tưởng của các nhà toán học đi trước như Fermat hay Barrow . Newton và Leibniz đã tổng hợp chúng trong hai khái niệm tổng quát là đạo hàm và tích phân" [2, tr. 23]. "Ban đầu, khái niệm đạo hàm là một công cụ tường minh để giải bài toán tiếp tuyến và các bài toán khác thuộc các lĩnh vực vật lí và toán học" [4, tr. 21]. Sau đó, cùng với sự phát triển của xã hội, người ta tìm thấy được nhiều ứng dụng khác của đạo hàm trong các lĩnh vực, khoa học khác như Hóa học, Sinh học, Kinh tế học... Điều này mang lại các nghĩa riêng cho khái niệm đạo hàm trong từng lĩnh vực Mặc dù thể chế dạy học toán ở bậc phổ thông hiện nay có đề cập đến các nghĩa khác nhau của khái niệm này nhưng còn khá mờ nhạt. Chính vì thế, học sinh (HS) gặp khó khăn trong việc huy động các nghĩa này để giải quyết các vấn đề trong bối cảnh kinh tế. Điều này cũng gây ảnh hưởng không hề nhỏ đến việc học tập của HS ở các bậc học sau này, đặc biệt là đối với các sinh viên chuyên ngành kinh tế. Cụ thể, trong [9, tr. 95-96], Lê Thái Bảo Thiên Trung đã ghi nhận được qua câu hỏi "Cho hàm số $y = 24,48 + 0,78x$ với x là mức thu nhập và y là mức chi tiêu. Nếu thu nhập tăng thêm một đơn vị tiền thì mức chi tiêu biến đổi như thế nào?". Khi đó, phần lớn sinh viên các lớp được quan sát không đưa ra câu trả lời. Vì thế, trong bài viết này, chúng tôi sẽ đề cập đến việc bổ sung cho HS các nghĩa còn thiếu của khái niệm đạo hàm. Từ đó, HS có thể vận dụng các nghĩa của khái niệm này để giải quyết các tình huống trong bối cảnh trong kinh tế.

2. Các nghĩa khác nhau của khái niệm đạo hàm

Theo Ngô Minh Đức [3, tr. 42], "Trong lịch sử toán học, đạo hàm của hàm số tại một điểm (nếu tồn tại) có thể mang nhiều ý nghĩa khác nhau vì gắn với những đặc trưng khác nhau:

Nghĩa hình học: Đạo hàm tại một điểm bằng với hệ số góc của tiếp tuyến tại điểm ấy.

Nghĩa xấp xỉ: Một hàm số $f(x)$ có đạo hàm tại x_0 thì có thể xấp xỉ nó bằng một hàm số tuyến tính (hàm số tiếp tuyến) quanh lân cận x_0 theo công thức xấp xỉ $f(x) \approx f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0)$.

Nghĩa tổng quát: Đạo hàm của một hàm số đặc trưng cho tốc độ thay đổi (biến thiên) của hàm số theo biến số của nó"

3. Một đồ án dạy học khái niệm đạo hàm trong mối liên hệ với kinh tế học

3.1. Khung lí thuyết tham chiếu

Để tìm cơ sở cho nghiên cứu của mình, chúng tôi vận dụng các công cụ của lí thuyết Didactic Toán của Bessot A. và các tác giả (2009). Cụ thể, đó là lí thuyết tình huống với khái niệm đồ án dạy học. Tuy nhiên, trong khuôn khổ của một bài báo, chúng tôi không thể trình bày đầy đủ nội dung của lý thuyết này. Độc giả có thể tham khảo đầy đủ trong [1].

3.2. Đối tượng và mục đích thực nghiệm

Chúng tôi sẽ tiến hành thực nghiệm trên đối tượng là các em HS lớp 11 trung học phổ thông, đã học xong chương giới hạn nhưng chưa học khái niệm đạo hàm Mục đích của chúng tôi khi xây dựng đồ án dạy học này xây dựng tình huống giúp HS hình thành nghĩa "hình học" và nghĩa

(*) Trường Đại học Sư phạm Thành phố Hồ Chí Minh
(**) Học viên cao học, Trường Đại học Đồng Tháp

"xấp xỉ" của khái niệm đạo hàm. Từ việc hiểu những nghĩa này, bước đầu giúp các em soi sáng các ứng dụng của đạo hàm trong kinh tế học.

3.3. Dàn dựng kịch bản, một số yếu tố phân tích tiên nghiệm các hoạt động của thực nghiệm

Chúng tôi sẽ phân đồ án dạy học thành 5 hoạt động, được dàn dựng thành 2 buổi: Buổi thứ nhất dành cho việc hình thành nghĩa "hình học" và nghĩa "xấp xỉ" của khái niệm đạo hàm, dự kiến diễn ra trong 80 phút thông qua nhóm các bài toán 1, 2, 3. Buổi thứ hai là để tạo cầu nối giữa khái niệm đạo hàm và các vấn đề của kinh tế học, đồng thời soi sáng các ứng dụng của đạo hàm trong kinh tế thông qua nhóm các bài toán 4, 5, 6 và 7, 8, 9. Thời gian dự kiến cho buổi thứ hai là 75 phút.

3.3.1. Buổi thứ nhất

Hoạt động 1: (dự kiến 25 phút, làm việc theo nhóm)

Giáo viên (GV) bắt đầu hoạt động 1 bằng cách phát phiếu học tập (Bảng 1) gồm một thông báo và bài toán 1 kèm theo câu hỏi cho các nhóm, yêu cầu HS thảo luận và điền câu trả lời vào phiếu học tập. Trong quá trình HS thực hiện yêu cầu, GV có thể đưa ra gợi ý hướng dẫn cho HS nếu cần thiết.

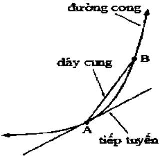
Bảng 1. Phiếu học tập của hoạt động 1

THÔNG BÁO

- Một dây cung AB của một đường cong là đường thẳng nối hai điểm A và B trên đường cong.
- Độ dốc (hay hệ số góc) của dây cung AB (hay $\left[AB\right]$) là

$m_{AB} = \dfrac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$ trong đó $A(x_A;y_A)$ và $B(x_B;y_B)$.

- Tiếp tuyến là một đường thẳng tiếp xúc với đường cong tại một điểm.

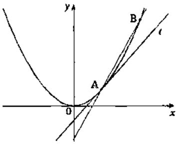


Hình 1

Hoạt động 1

Bài toán 1. Hãy tìm hệ số góc của tiếp tuyến với đường cong $f(x) = x^2$ tại điểm $A(1;1)$.

Câu hỏi 1: Giả sử điểm B nằm trên đường cong và B có tọa độ $(x;x^2)$.



Hình 2

a) Hãy tìm hệ số góc của dây cung AB?

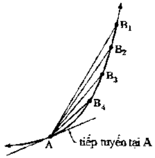
b) Hoàn thành bảng sau:

Bảng 1.

x	Điểm B	Hệ số góc của $\left[AB\right]$ (m_{AB})	x	Điểm B	Hệ số góc của $\left[AB\right]$ (m_{AB})
2 1,5 1,1 1,01	$(2;4)$		0 0,8 0,9 0,99 0,999	$(0;0)$	

c) Hãy đưa ra nhận xét về hệ số góc của $\left[\mathrm{AB}\right]$ khi x tiến gần 1?

Câu hỏi 2: Khi x tiến gần 1 thì điểm B sẽ tiến gần điểm A. Bên dưới là hình ảnh minh họa quá trình điểm B tiến gần điểm A. Các em có nghi ngờ gì về **hệ số góc của tiếp tuyến** tại A?



Hình 3. Quá trình điểm B tiến gần về điểm A

Với câu hỏi 1, GV và HS sẽ đi đến tổng kết như sau: "Khi x tiến gần (từ bên phải và bên trái) 1 thì hệ số góc của $\left[\mathrm{AB}\right]$ càng tiến gần 2". Tiếp theo, việc chọn lựa đưa ra câu hỏi 2 với mục đích giúp HS nhận ra: hệ số góc của tiếp tuyến tại A là $m_T = \lim\limits_{x \to 1} \dfrac{x^2 - 1}{x - 1} = 2$ khi $x \neq 1$. Đây cũng chính là chiến lược chúng tôi mong đợi.

Đến đây HS đã được tạo một *"tâm thế"* sẵn sàng, và đây cũng chính là thời điểm nghĩa hình học của khái niệm đạo hàm được hình thành.

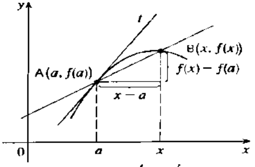
Hoạt động 2: (dự kiến 15 phút, làm việc theo nhóm tập thể).

GV nêu ra bài toán 2 và yêu cầu các nhóm thảo luận tìm phương án trả lời (Bảng 2).

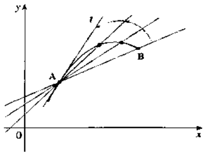
Bảng 2. Phiếu học tập hoạt động 2

Hoạt động 2

Bài toán 2. Xét hàm số có dạng tổng quát $y = f(x)$ ở đây A là điểm $(a; f(a))$ và B là điểm $(x; f(x))$. Dây cung AB có hệ số góc là gì? Khi cho B dần về A, các em có nhận xét gì về mối liên hệ giữa hệ số góc của $\left[\mathrm{AB}\right]$ và hệ số góc của tiếp tuyến với đường cong $y = f(x)$ tại A?



Hình 4. Tiếp tuyến t



Hình 5. Cát tuyến AB của đường cong

Bằng cách giải tương tự như bài toán 1, chúng tôi dự đoán chiến lược mong đợi cũng chính là chiến lược thường gặp trong hoạt động này là: Dây cung AB có hệ số góc là $\dfrac{f(x) - f(a)}{x - a}$. Khi cho B dần về A, hệ số góc của dây cung AB sẽ dần về độ dốc của tiếp tuyến tại A. Vì thế, độ dốc của tiếp tuyến tại điểm $(a; f(a))$ là $m_T = \lim\limits_{x \to a} \dfrac{f(x) - f(a)}{x - a}$. Từ đó, GV thể chế hóa cho HS nghĩa hình học của khái niệm đạo hàm

Hoạt động 3: (dự kiến 40 phút, làm việc theo nhóm).

GV phát phiếu hoc tập gồm một thông báo và bài toán 3 cho các nhóm. GV yêu cầu HS thảo luận và điền câu trả lời vào phiếu học tập (Bảng 3).

Bảng 3. Phiếu học tập hoạt động 3

THÔNG BÁO

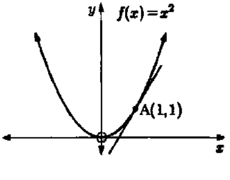
Đường thẳng đi qua điểm $M(x_0;y_0)$ có hệ số góc m có phương trình là $y = m(x - x_0) + y_0$.

Hoạt động 3

Bài toán 3. Cho hàm số $y = f(x) = x^2$.

a) Viết phương trình tiếp tuyến $g(x)$ với (P) tại điểm $A(1;1)$.

b) Quan sát hình ảnh đồ thị của hàm số $f(x) = x^2$ và tiếp tuyến $g(x)$ của nó tại điểm $A(1;1)$ và trả lời câu hỏi sau: Nếu chỉ xét một khoảng rất nhỏ xung quanh điểm $A(1;1)$, các em có nhận xét gì về đồ thị (P) và tiếp tuyến $g(x)$ của nó?



Hình 6. Parabol và tiếp tuyến của nó

c) Hãy xác định hàm ε sao cho $f(1+\Delta x) = f(1) + 2(\Delta x) + \Delta x.\varepsilon(\Delta x)$. Chứng minh rằng $\lim\limits_{\Delta x \to 0} \varepsilon(\Delta x) = 0$.

Chúng tôi lựa chọn cung cấp cho HS đồ thị (P) và tiếp tuyến $g(x)$ trên cùng một hệ trục tọa độ nhằm tạo điều kiện cho nghĩa xấp xỉ của khái niệm đạo hàm được hình thành.

Trước hết, HS thấy được xấp xỉ về mặt đồ thị, sau đó là hướng đến xấp xỉ về mặt giá trị hàm số.

Khi HS đang thảo luận làm câu a) và b), GV hỗ trợ HS tìm câu trả lời bằng cách cho HS quan sát đồ thị (P) và tiếp tuyến tại $x_0 = 1$ đã được phóng to quanh lân cận của tiếp điểm. Sau khi hoàn thành, GV sẽ gọi từng nhóm lên trả lời và để các nhóm khác cùng tranh luận.

Kế tiếp, GV đưa ra kết luận về sự xấp xỉ đồ thị hàm số bởi tiếp tuyến của nó quanh lân cận tiếp điểm và đưa ra chiến lược mong đợi cho câu c) là:

Ta có :

$$\begin{aligned} f(1+\Delta x) &= (1+\Delta x)^2 \\ &= 1 + 2\Delta x + (\Delta x)^2 \\ &= f(1) + 2\Delta x + \Delta x.\Delta x. \end{aligned}$$

Do đó $\varepsilon(\Delta x) = \Delta x$ và $\lim\limits_{\Delta x \to 0} \varepsilon(\Delta x) = \lim\limits_{\Delta x \to 0} \Delta x = 0$.

Hơn nữa ở câu c), GV đưa ra nhận xét cho HS như sau. Chúng ta đã thực hiện việc tính gần đúng giá trị của hàm số tại điểm x gần với 1 $(x = 1 + \Delta x)$ và điều này nói lên

Khi Δx dần về 0, ta được $f(1) + 2\Delta x$ là giá trị gần đúng của $f(1+\Delta x)$ hay $f(1) + 2(x-1)$ là giá trị gần đúng của $f(x)$ khi x là điểm trong lân cận của 1. Hơn nữa $f(1) + 2(x-1)$ chính là phương trình tiếp tuyến với đồ thị hàm số tại điểm A.

Cuối cùng, GV thể chế hóa cho HS nghĩa xấp xỉ của một hàm số có đạo hàm.

3.3.2. Buổi thứ hai

Hoạt động 4: (dự kiến 25 phút, làm việc theo nhóm)

Nếu chỉ dừng lại ở việc hình thành cho HS nghĩa hình học và nghĩa xấp xỉ của khái niệm đạo hàm, có lẽ rằng việc vận dụng tri thức này vào giải quyết các tình huống trong ngữ cảnh kinh tế sẽ là một thử thách rất lớn đối với HS. Vì thế, chúng tôi lựa chọn đưa vào ba bài toán 5, 6, 7 để tạo cầu nối giữa khái niệm đạo hàm với các tri thức kinh tế học.

GV phát phiếu học tập và yêu cầu HS thảo luận và điền câu trả lời vào phiếu học tập (Bảng 4).

Bảng 4. Phiếu học tập hoạt động 4

Hoạt động 4
Bài toán 4. Tìm đạo hàm của hàm số $y = f(x) = mx + b$ ($m \neq 0; m, b$ là hai số cho trước).
Bài toán 5. Giá trị của hàm số bậc nhất $y = mx + b$ ($m \neq 0; m, b$ là hai số cho trước) sẽ thay đổi như thế nào khi biến số x tăng 1 đơn vị?
Bài toán 6. Các em đã biết công thức xấp xỉ một hàm số bởi tiếp tuyến của nó trong lân cận của tiếp điểm là $f(a + \Delta x) \approx f(a) + f'(a)\Delta x$ trong đó $A(a; f(a))$ là tiếp điểm. Tại điểm $x_0 = a$, giá trị của hàm số $f(x)$ sẽ thay đổi như thế nào khi biến số x tăng thêm 1 đơn vị?

Chúng tôi lựa chọn đưa vào các bài toán với cùng một mục đích chung là tìm lượng thay đổi giá trị của hàm số khi biến số tăng thêm 1 đơn vị, bởi vì đây là điều được đặc biệt quan tâm trong kinh tế học. Đối với bài toán 4, chúng tôi dự đoán hai chiến lược có thể xảy ra.

Chiến lược 1: Tính đạo hàm của hàm số đã cho bằng định nghĩa.

Chiến lược 2: Nhận xét rằng đường thẳng đã cho có hệ số góc là m, vì thế $f'(x) = (mx + b)' = m$.

Tiếp theo, đối với bài toán 5, lượng thay đổi giá trị của hàm số khi biến số tăng một đơn vị chính là m. Lượng thay đổi này chính bằng đạo hàm của hàm số $y = mx + b$.

Cuối cùng, chúng tôi muốn đề cập đến sự thay đổi giá trị của một hàm phi tuyến $y = f(x)$ khi biến số x tăng một đơn vị. Chiến lược mong đợi là:

Chúng ta có $f(a + \Delta x) \approx f(a) + f'(a)\Delta x$ khi x tăng lên 1 đơn vị tức là $\Delta x = 1$, do đó $f'(a) \approx f(a + 1) - f(a)$. Suy ra, giá trị của hàm số sẽ thay đổi một lượng xấp xỉ là $f'(a)$.

Hoạt động 5. (dự kiến 50 phút, làm việc theo nhóm).

Qua hoạt động này, chúng tôi sẽ đánh giá được năng lực vận dụng các nghĩa khác nhau của khái niệm đạo hàm của HS vào việc giải thích, đưa ra phương án giải quyết cho các tình huống trong ngữ cảnh kinh tế.

GV đưa ra bài toán 7, 8 và 9 bằng cách phát phiếu học tập gồm ba bài toán 7, 8 và 9 cho các nhóm. GV yêu cầu HS thảo luận và điền câu trả lời vào phiếu học tập (Bảng 5).

Bảng 5. Phiếu học tập hoạt động 5

Hoạt động 5
Bài toán 7. Một nhóm họa sĩ được thuê đến vẽ trang trí trên tường của một quán cà phê. Số tiền nhận được là C (đơn vị triệu đồng) phụ thuộc vào t giờ vẽ theo phương trình $M = 5{,}8 + 3{,}1t$. Lời giải thích hợp lí nhất cho con số $3{,}1$ trong phương trình là gì?
Bài toán 8. Giả sử tổng chi phí chế tạo q đơn vị hàng hóa nhất định là $C(q) = q^2 + 2$ (triệu đồng). Nếu mức sản xuất hiện tại là 40 đơn vị hàng hóa, ước tính tổng chi phí sẽ thay đổi nếu 41 đơn vị hàng hóa được sản xuất. Tìm chi phí sản xuất thực tế của đơn vị hàng hóa thứ 41.
Bài toán 9. Một nhà máy sản xuất các tấm vải với chiều rộng cố định. Chi phí sản xuất x mét vải này là $C = f(x)$ trăm nghìn đồng. Phát biểu $f'(1000) = 2$ có nghĩa là gì?

Sau khi các nhóm hoàn thành, GV thu lại các phiếu học tập để đánh giá. Cuối cùng, GV trình bày chiến lược mong đợi cho HS.

Bài toán 7: Trong phương trình trên, 3,1 chính là đạo hàm của hàm đường thẳng $M = 3{,}1t + 5{,}8$, nó cho biết sự thay đổi của M khi t tăng một đơn vị. Do đó, sau mỗi giờ, nhóm họa sĩ sẽ nhận được thêm 3,1 triệu đồng.

Bài toán 8: Giá trị hiện tại của biến là $q = 40$ và sự thay đổi của biến là 1 đơn vị, từ đó chi phí tương ứng thay đổi là $C(41) - C(40) \approx C'(40)$

Chúng ta có $C'(40) = \lim\limits_{q \to 40} \dfrac{C(q) - C(40)}{q - 40} = 80$. Do đó, $C(41) - C(40) \approx C'(40) = 80$ triệu đồng. Hơn nữa, chi phí sản suất thực tế của đơn vị sản phẩm thứ 41 là $C(41) - C(40) = 81$ triệu đồng.

Từ đây, ta thấy chi phí sản xuất đơn vị sản phẩm thứ 41 là xấp xỉ với $C'(40)$.

Bài toán 9: Khi nói $f'(1000) = 2$ có nghĩa rằng, sau khi 1000 mét vải được sản xuất, mức tăng chi phí là 2 triệu đồng/mét. Vì $\Delta x = 1$ là nhỏ so với $x = 1000$, nên chúng ta có $f(1000+1) - f(1000) \approx f'(1000) = 2$ và nói rằng chi phí sản xuất mét vải thứ 1001 là khoảng 2 triệu đồng.

3.4. Một số yếu tố phân tích hậu nghiệm

Thực nghiệm được triển khai tại lớp $11A_2$ (37 HS) Trường Trung học phổ thông Thiên Hộ Dương, thành phố Cao Lãnh, tỉnh Đồng Tháp. Dữ liệu thu được bao gồm phiếu làm bài của các nhóm và file ghi âm. Trước khi phân tích bài làm của các nhóm, chúng tôi đánh giá lại diễn tiến quá trình thực nghiệm so với kịch bản ban đầu.

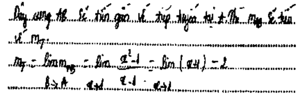
3.4.1. Diễn tiến thực nghiệm

Thực nghiệm diễn ra cơ bản giống kịch bản đã xây dựng. Nhìn chung, các hoạt động được diễn ra theo hình thức GV tạo môi trường để học sinh tự khám phá ra vấn đề, trong đó giáo viên sử dụng câu hỏi gợi mở và một số gợi ý, hướng dẫn để định hướng theo kịch bản. Chúng tôi đánh giá phần triển khai kịch bản dạy học cơ bản đạt yêu cầu đặt ra.

3.4.2. Phân tích bài làm của các nhóm

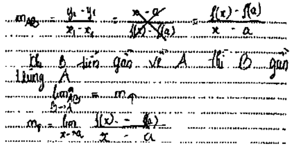
__Buổi thứ nhất__

Hoạt động 1. Tất cả các nhóm đều trả lời đúng được hệ số góc của dây cung AB và hoàn thành chính xác các bảng được đưa ra. Có 3 nhóm nhận xét được hệ số góc của dây cung AB tiến về 2 khi x tiến về 1. Cuối cùng, có 1 nhóm nhận xét được rằng hệ số góc của tiếp tuyến tại điểm A chính bằng giới hạn của tỉ số $\dfrac{x^2-1}{x-1}$ khi $x \to 1$. Kết quả này cho thấy HS bắt đầu có ý niệm về nghĩa hình học của khái niệm đạo hàm



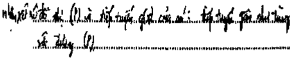
Hình 7. Bài làm bài toán 1 - câu hỏi 2 của một nhóm học sinh lớp thực nghiệm

Hoạt động 2. Sau khi GV trình bày lời giải mong đợi của hoạt động 1, có đến 5/8 nhóm chỉ thấy được mối liên hệ giữa hệ số góc của dây cung AB và hệ số góc của tiếp tuyến tại điểm A. Qua đó, nghĩa hình học của khái niệm đạo hàm đã được hình thành cho HS đúng như mong đợi của chúng tôi.



Hình 8. Bài làm bài toán 2 của một nhóm học sinh lớp thực nghiệm

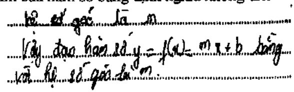
Hoạt động 3. Đúng là nghĩa xấp xỉ phải được hình thành qua hình ảnh trực quan của đồ thị $f(x) = x^2$ và tiếp tuyến của nó tại điểm A. Đã có 3/8 nhóm đưa ra câu trả lời chính xác là nếu chỉ xét một lân cận rất nhỏ xung quanh điểm A, đồ thị (P) và tiếp tuyến của nó gần như là trùng nhau. Ngoài ra 5/8 nhóm còn lại đều nhận xét rằng chúng trùng nhau vì không thể nào nhận ra được sự khác biệt giữa chúng. Cuối cùng, qua câu 3c), dưới sự giải thích của GV nghĩa xấp xỉ của khái niệm đạo hàm đã được hình thành cho HS.



Hình 9. Bài làm bài toán 3 - câu b) của một nhóm học sinh lớp thực nghiệm

__Buổi thứ hai__

Hoạt động 4. Vì nghĩa hình học của khái niệm đạo hàm đã được hình thành trong ý niệm của HS nên tất cả các nhóm đều đưa ra được câu trả lời chính xác cho bài toán 4 bằng cách sử dụng chiến lược 2, vì thế chiến lược tính đạo hàm của hàm số bằng định nghĩa không diễn ra.



Hình 10. Bài làm bài toán 4 của một nhóm học sinh lớp thực nghiệm

Có 4/7 nhóm đã chỉ ra chính xác giá trị của ım số sẽ thay đổi một lượng là m khi biến số ng 1 đơn vị.

$f(x) = mx + b$

$f(x+1) = mx + m + b$

$\Delta y = f(x+1) - f(x)$

$= m$

Hình 11. Bài làm bài toán 5 của một nhóm học sinh lớp thực nghiệm

Có 3 nhóm HS làm đúng câu 6, các em đều ıận ra được $\Delta x = 1$, từ đó chỉ ra tại điểm x_0 ếu biến số x tăng thêm 1 đơn vị thì lượng thay ổi giá trị của hàm số $f(x)$ là khoảng $f'(a)$. ua hoạt động này, chúng tôi đánh giá được đa ố HS trong lớp đều nhận ra lượng thay đổi giá ị của hàm số khi biến số tăng thêm 1 đơn vị.

Khi x tăng 1 đơn vị thì $\Delta x = 1$

$\Rightarrow f(a+1) \approx f(a) + f'(a).1$

$\Rightarrow f(a+1) - f(a) \approx f'(a)$

Giá trị hàm thay đổi 1 lượng xấp xỉ là $f'(a)$

Hình 12. Bài làm bài toán 6 của một nhóm học sinh lớp thực nghiệm

Hoạt động 5. Kết quả của hoạt động này đã ıản ánh được phần lớn mong đợi của chúng tôi ề khả năng vận dụng đạo hàm để giải quyết các nh huống trong kinh tế học. Đã có 5/7 nhóm ưa ra lời giải thích cho con số 3,1 chính xác cho ài toán 7.

3,1 là hệ số góc

Số giờ từ 1 giờ thì số tiền nhận thêm ... là 3,1 triệu đồng

Hình 13. Bài làm bài toán 7 của một nhóm học sinh lớp thực nghiệm

Đối với bài toán 8, có 5/7 nhóm đưa ước ợng chính xác tổng chi phí sẽ thay đổi, trong ó chỉ có 4 nhóm tìm được chi phí sản xuất thực của đơn vị hàng hóa thứ 41. Chúng tôi mong ri thêm một nhận xét từ HS về mối quan hệ giữa chi phí sản xuất đơn vị sản phẩm thứ 41 và $C'(40)$, nhưng điều này không xảy ra.

$f'(40) \approx C(41) - C(40)$

$C'(40) = \lim\limits_{q \to 40} \dfrac{C(q) - C(40)}{q - 40} = \lim\limits_{q \to 40} \dfrac{q^2 + 2 - (40^2 + 2)}{q - 40}$

$= \lim\limits_{q \to 40} \dfrac{q^2 - 40^2}{q - 40} = \lim\limits_{q \to 40} \dfrac{(q-40)(q+40)}{q - 40} = \lim\limits_{q \to 40} (q+40) = 80$

Vậy tăng chi phí lên 80 triệu đồng

chi phí sản xuất thứ 41:

$C(41) - C(40) = 41^2 + 2 - (40^2 + 2) = 81$

Hình 14. Bài làm bài toán 8 của một nhóm học sinh lớp thực nghiệm

Kết quả của bài toán 9 nằm ngoài dự kiến của chúng tôi, khi chỉ có 1 nhóm đưa ra câu trả lời chính xác. Có thể bởi vì sự thay đổi của biến số không được thể hiện tường minh nên hầu hết các nhóm HS không đưa ra được lời giải cho bài toán này.

$f'(1000) \approx f(1001) - f(1000)$

$f'(1000) = \lim\limits_{x \to 1000} \dfrac{f(x) - f(1000)}{x - 1000}$

$= 2$

Sau 1000m vải để sản xuất thì mức tăng chi phí sản xuất là 2 triệu đồng trên 1 mét vải

Hình 15. Bài làm bài toán 9 của một nhóm học sinh lớp thực nghiệm

4. Kết luận

Kết quả thực nghiệm cho thấy nghĩa hình học và nghĩa xấp xỉ của khái niệm đạo hàm đã được hình thành cho HS. Qua các tình huống tạo cầu nối giữa các nghĩa của khái niệm này và tri thức kinh tế học, HS đã có thể vận dụng vào giải quyết các tình huống trong bối cảnh kinh tế học. Từ đó, nếu HS được rèn luyện, bồi dưỡng thêm các ứng dụng khác của khái niệm đạo hàm trong kinh tế sẽ góp phần vào thực hiện công cuộc đổi mới toàn diện giáo dục phổ thông - dạy học bằng mô hình hóa, dạy học tích hợp, dạy học liên môn./.

Tài liệu tham khảo

[1] Bessot, A., Comiti, C., Lê Thị Hoài Châu, Lê Văn Tiến (2009), *Những yếu tố cơ bản của idactic Toán (Éléments fondamentaux de didactique des mathématiques) - Sách song ngữ Việt-háp*, NXB Đại học Quốc gia Thành phố Hồ Chí Minh, Thành phố Hồ Chí Minh.

[2]. Ngô Minh Đức (2013), *Khái niệm đạo hàm trong dạy học toán và vật lí ở trường phổ thông*, Luận văn Thạc sĩ, Trường Đại học Sư phạm Thành phố Hồ Chí Minh, Thành phố Hồ Chí Minh.

[3]. Ngô Minh Đức (2016), "Dạy học khái niệm đạo hàm trong mối quan hệ liên môn với Vật lí", *Tạp chí Khoa học Trường Đại học Sư phạm Thành phố Hồ Chí Minh*, (số 7), tr. 41-48.

[4]. Trần Thanh Hà (2015), *Dạy học khái niệm đạo hàm ở lớp 11 theo quan điểm tích hợp*, Luận văn Thạc sĩ, Trường Đại học Cần Thơ, Cần Thơ.

[5]. Bùi Thị Thu Hiền (2007), *Mối liên hệ giữa tiếp tuyến và đạo hàm - Một nghiên cứu khoa học luận và sư phạm*, Luận văn Thạc sĩ, Trường Đại học Sư phạm Thành phố Hồ Chí Minh, Thành phố Hồ Chí Minh.

[6]. Đoàn Quỳnh (Tổng Chủ biên) (2015), *Đại số và giải tích 11 - Nâng cao*, NXB Giáo dục.

[7]. David Martin, Robert Haese, Sandra Haese, Michael Haese, Mark Humphries (2012), *Mathematics for the international student*, Third Edition, Australia.

[8]. Stewart J. (2012), *Caculus: Early Transcendentals*, Senventh Edition, Cengage Learning.

[9] Lê Thái Bảo Thiên Trung (2015), "Một số tri thức toán phổ thông trong kinh tế lượng", *Tạp chí Khoa học Trường Đại học Sư phạm Thành phố Hồ Chí Minh*, (số 9), tr. 95-105.

TEACHING THE CONCEPT OF DERIVATIVE IN RELATION TO ECONOMICS

Summary

In the article, we present the teaching of different senses of "derivative" concept. Then, some teaching and learning activities are designed with the aim of linking the concept senses and economics knowledge. Thereby, students can apply derivatives to deal with economic situations.

Keywords. derivative concept, geometric sense, approximate sense, economics.

Ngày nhận bài: 31/3/2017; Ngày nhận lại: 10/7/2017; Ngày duyệt đăng. 25/7/2017.