

Dự đoán khả năng chịu lực theo điều kiện ổn định của cột thép hình côn đối xứng tiết diện ống bằng phương pháp Bubnov-Galerkin

TS. PHAN VĂN TIẾN^(*); TS. NGUYỄN TRỌNG HÀ

Trường Đại học Vinh

Email: ^(*)vantien.phan1010@gmail.com

TÓM TẮT: Cột thép tiết diện thay đổi nói chung và cột thép hình côn đối xứng tiết diện ống nói riêng là loại kết cấu được sử dụng phổ biến trong các công trình xây dựng dân dụng và công nghiệp bởi khả năng chịu lực và tính thẩm mỹ. Cho đến nay, việc xác định khả năng chịu lực theo điều kiện ổn định của cột tiết diện thay đổi chưa được đề cập trong các tiêu chuẩn thiết kế, trong khi nhu cầu thẩm định, kiểm tra khả năng chịu lực đối với loại kết cấu này lại là vấn đề cấp thiết. Bài báo đề xuất một quy trình xác định khả năng chịu lực của cột thép hình côn đối xứng tiết diện ống theo điều kiện ổn định sử dụng phương pháp Bubnov-Galerkin. Từ mô hình tính toán đề xuất sau đó được lập trình tính toán trên nền Matlab cho phép nhóm tác giả tiến hành các khảo sát số và từ đó rút ra các kết luận và kiến nghị.

TỪ KHÓA: Lực tới hạn, tiết diện ống, khả năng chịu lực, cột thép, phương pháp Bubnov-Galerkin.

ABSTRACT: The symmetry double tapered steel column with tubular cross-section are common structures in civil and industrial engineering because of bearing capacity and aesthetics. However, determine the bearing capacity of the symmetry double tapered steel column with tubular cross-section has not been mentioned in the design standards. Meanwhile, the appraise and test of the bearing capacity of this structure necessary problem. This paper proposes a procedure to determine the bearing capacity of the symmetry double tapered steel column with tubular cross-section using Bubnov-Galerkin methods. From the proposed computational model, the study had built a design computer program is established on Matlab. The numerical investigations have been carried out and conclusions, recommendations.

KEYWORDS: Critical buckling load, tubular cross-section, bearing capacity, steel column, Bubnov-Galerkin methods.

1. ĐẶT VẤN ĐỀ

Ngày nay, cột thép tiết diện thay đổi nói chung và cột thép hình côn đối xứng tiết diện ống nói riêng là loại kết

cấu được sử dụng phổ biến trong các công trình xây dựng dân dụng và công nghiệp bởi khả năng chịu lực và tính thẩm mỹ. Xác định khả năng chịu lực của cột theo điều kiện ổn định phụ thuộc vào nhiều thông số nên sai số tiềm ẩn là đáng kể. Vì vậy, đây là vấn đề được nhiều nhà khoa học trong và ngoài nước quan tâm nghiên cứu cả về lý thuyết và thực nghiệm.

Năm 1961, Timoshenko và Gere đề xuất một giải pháp số ở dạng tương tự của giải pháp Euler với hệ số điều chỉnh mà giá trị của chúng được lập bảng phụ thuộc vào tỷ lệ giữa mô-men quán tính lớn nhất và nhỏ nhất của cột [1]. Lee và cộng sự trong [2] đề xuất tính toán tải trọng tới hạn của cột tiết diện thay đổi thông qua một tiết diện nhỏ nhất của cột bằng một hệ số quy đổi. Ý tưởng tương tự đã được nghiên cứu bởi Hirt và Crisinel trong [3] nhưng đồng nhất mặt cắt tương đương có mô-men quán tính ở dạng thực tế. Marques và cộng sự [4] đề xuất một giải pháp phân tích cho tải trọng tới hạn của cột tiết diện thay đổi. Nghiên cứu lực tới hạn của cột thép tiết diện thay đổi bằng phương pháp thiết lập và giải phương trình vi phân kết hợp với thuật toán giải lặp Newton-Raphson được nhóm tác giả D.X Hùng và cộng sự thực hiện trong [5]. Nhóm tác giả N.T Hà và N.D Duẩn lại sử dụng thuật toán ANN kết hợp mô phỏng số để dự đoán khả năng chịu lực của cột tiết diện thay đổi [6].

Điểm qua một số tiêu chuẩn thiết kế về cột thép hiện nay như Hiệp hội Kỹ thuật Xây dựng Hoa Kỳ (ASCE), tiêu chuẩn châu Âu Euro-code, tiêu chuẩn Anh (BS) và tiêu chuẩn Việt Nam TCVN 5575-2012 chỉ khuyến nghị khi thiết kế cột tiết diện thay đổi thì lấy kết quả của phần tiết diện bé của cột nhân với một hệ số thực nghiệm cho trước. Tuy nhiên, theo khuyến nghị của [7] đưa ra, kết quả này có sự sai sót đáng kể.

Qua các công trình nghiên cứu và các tiêu chuẩn đã phân tích ở trên, theo hiểu biết của các tác giả thì các nghiên cứu về cột thép hình côn đối xứng tiết diện ống vẫn còn hạn chế và đặc biệt là sử dụng phương pháp Bubnov-Galerkin. Vì vậy, bài báo này hướng đến việc tiếp cận nghiên cứu khả năng chịu lực theo điều kiện ổn định của cột thép hình côn đối xứng tiết diện ống sử dụng phương pháp Bubnov-Galerkin. Mô hình nghiên cứu đề xuất sau đó được lập trình tính toán trên nền Matlab cho phép các tác giả thực hiện một số khảo sát ảnh hưởng của các tham số đầu vào đến khả năng chịu lực của cột.

2. LÝ THUYẾT CHUNG

2.1. Lý thuyết ổn định Euler

Xét một thanh thẳng có chiều dài l liên kết ở hai đầu tại $x = 0$ và $x = l$, thanh chịu một lực nén dọc trục P . Khi thanh chịu nén sẽ bị lệch khỏi vị trí cân bằng ban đầu ta có phương trình biến dạng đàn hồi $v(x)$. Theo [8], mối quan hệ giữa mô-men uốn và phương trình đường đàn hồi được biểu diễn dưới dạng vi phân như sau:

$$-Pv''(x) = M(x) = EI \frac{d^2 v(x)}{dx^2} \quad (1)$$

Hay:

$$\frac{d^2 v}{dx^2} + \frac{P}{EI} v(x) = 0 \quad (2)$$

Trong đó: E - Mô-đun đàn hồi của vật liệu; I - Mô-men quán tính của tiết diện; $M(x)$ - Sự biến thiên của mô-men uốn dọc trục cột; x - Tọa độ của trục cột.

2.2. Phương pháp Bubnov-Galerkin

Phương pháp Bubnov-Galerkin là phương pháp được xây dựng trên cơ sở tìm nghiệm của phương trình vi phân thông qua hệ phương trình đại số tuyến tính [8]. Giả thiết khi hệ kết cấu ở trạng thái lệch thì phương trình vi phân cân bằng của hệ có dạng:

$$L(x, v, v', v'', \dots) = 0 \quad (3)$$

Giả thiết nghiệm của phương trình vi phân (3) có dạng chuỗi bao gồm p số hạng với p là số nguyên bất kỳ.

$$v = a_1 g_1(x) + a_2 g_2(x) + \dots + a_p g_p(x) = \sum_{i=1}^p a_i g_i(x) \quad (4)$$

Trong đó: a_i - Các hệ số chưa biết; $g_i(x)$ - Các hàm độc lập phải thỏa mãn điều kiện biên về hình học (liên quan đến độ võng, góc xoay) và điều kiện biên về tĩnh học (liên quan đến các lực).

Nếu phương trình vi phân của hệ xuất phát từ phương trình vi phân cấp bốn $v^{(4)} = -q/EI$ và chỉ cần thỏa mãn điều kiện biên về hình học nếu xuất phát từ phương trình vi phân cấp hai $v'' = -M/EI$. Thay phương trình (4) vào phương trình (3) ta được:

$$L\left\{x, \sum_{i=1}^p a_i g_i(x), \sum_{i=1}^p a_i g'_i(x), \sum_{i=1}^p a_i g''_i(x), \dots\right\} = 0 \quad (5)$$

Đẳng thức này không đối khi ta nhân với một hàm $g_k(x)$ bất kỳ ta được:

$$L\left\{x, \sum_{i=1}^p a_i g_i(x), \sum_{i=1}^p a_i g'_i(x), \sum_{i=1}^p a_i g''_i(x), \dots\right\} \cdot g_k(x) = 0 \quad (6)$$

Tiếp tục lấy tích phân trên toàn hệ với $k = 1, 2, \dots, p$ ta được:

$$\int_0^l \left\{x, \sum_{i=1}^p a_i g_i(x), \sum_{i=1}^p a_i g'_i(x), \sum_{i=1}^p a_i g''_i(x), \dots\right\} \cdot g_k(x) dx = 0 \quad (7)$$

Từ phương trình (7) ta sẽ thu được hệ có p phương trình đại số thuần nhất với các ẩn số là $a_1, a_2, \dots, a_p$. Thiết lập phương trình xác định khả năng chịu lực bằng cách cho định thức của hệ phương trình đại số bằng 0. Giải định thức để xác định khả năng chịu lực của hệ kết cấu.

2.3. Trình tự tính toán và các bước thực hiện

Trong mục này, bài báo trình bày trình tự áp dụng

phương pháp Bubnov-Galerkin để xác định khả năng chịu lực của cột thép hình côn đối xứng tiết diện ống theo điều kiện ổn định. Độ chính xác của phương pháp phụ thuộc vào số lượng các hàm độc lập $g_i(x)$. Trình tự áp dụng được thực hiện theo các bước sau đây:

- **Bước 1:** Lập phương trình vi phân biến dạng để hệ tồn tại ở trạng thái lệch khỏi trạng thái cân bằng ban đầu và biểu thị theo dạng của phương trình (3).

- **Bước 2:** Giả thiết nghiệm gần đúng dưới dạng chuỗi (4) và lập các phương trình (7) ta sẽ thu được hệ có p phương trình đại số thuần nhất với các ẩn số là $a_1, a_2, \dots, a_p$.

- **Bước 3:** Thiết lập phương trình xác định khả năng chịu lực bằng cách cho định thức của hệ phương trình đại số bằng 0.

- **Bước 4:** Giải định thức để xác định khả năng chịu lực của hệ kết cấu.

3. ÁP DỤNG PHƯƠNG PHÁP BUBNOV-GALERKIN ĐỂ XÁC ĐỊNH KHẢ NĂNG CHỊU LỰC CỦA CỘT THÉP TIẾT DIỆN THAY ĐỔI THEO ĐIỀU KIỆN ỔN ĐỊNH

Xét cột thép tiết diện thay đổi thon dần ở hai đầu như Hình 3.1. Mô-men quán tính đối với tiết diện thay đổi theo quy luật $I = I_0 \frac{4x(l-x)}{l^2}$ với I_0 là mô-men quán tính của tiết diện cột tròn được xác định $I_0 = 0.05D^4(1-\eta^4)$ với $\eta = D/d$.

Ở trạng thái lệch, phương trình vi phân đường đàn hồi theo (3) của cột có dạng:

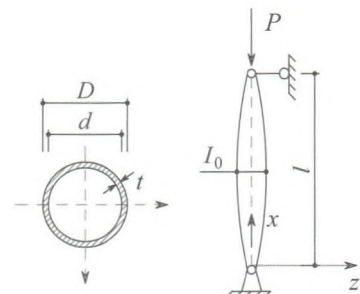
$$L = v'' + \alpha^2 v = 0 \quad \text{với } \alpha^2 = P/EI \quad (8)$$

Chọn nghiệm dưới dạng chuỗi theo dạng sau $v = ax(l-x)$. Từ dạng nghiệm chuỗi ta có:

$$g_1(x) = x(l-x); \quad g_1'(x) = l-2x; \quad g_1''(x) = -2;$$

Thay các giá trị tính được vào phương trình (7) ta có:

$$2 \int_0^{l/2} \left[2a + \frac{P}{EI_0 \frac{4x(l-x)}{l^2}} ax(l-x) \right] x(l-x) dx = 0 \quad (8)$$



Hình 3.1: Sơ đồ kết cấu và tiết diện ngang

Điều kiện để phương trình (9) tồn tại nghiệm là $a \neq 0$ giải phương trình ta sẽ tìm được khả năng chịu lực của cột thép hình côn đối xứng tiết diện ống P_{cr} theo điều kiện ổn định. Từ thuật toán xây dựng ở trên tiến hành lập chương trình tính toán nền Matlab và được kiểm chứng sự chính xác ở mục tiếp theo.

4. KHẢO SÁT SỐ

4.1. Kiểm chứng sự chính xác của chương trình tính

Để kiểm chứng sự chính xác chương trình tính toán đã

xây dựng ở trên, bài báo sử dụng chương trình tính toán đã xây dựng để xác định khả năng chịu lực của cột có sơ đồ tính toán như thể hiện trên Hình 3.1, với tiết diện không đổi có mô-men quán tính (I). Kết quả số thu được thể hiện trong Bảng 4.1. Chúng ta có thể quan sát thấy rằng, sai số giữa kết quả của chương trình tính so với nghiệm chính xác Euler không quá 3,0%. Điều này khẳng định kết quả tính toán của bài báo là đáng tin cậy.

Bảng 4.1. Bảng so sánh khả năng chịu lực của chương trình tính

Chương trình tính		Euler [8]	Sai số (%)
Dạng nghiệm chuỗi	P_{cr}		
$y = a_1x^2 + a_2x^4$	$2,54EI/l^2$	$2,467EI/l^2$	2,96

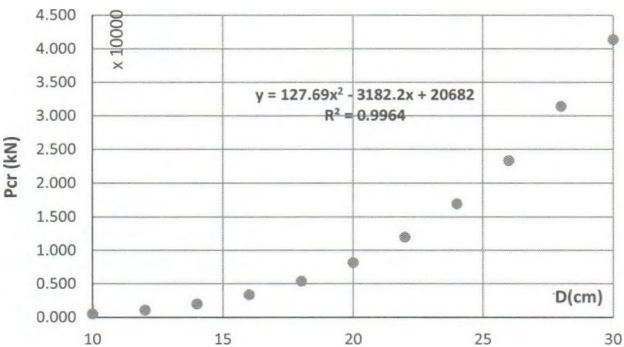
4.2. Khảo sát khả năng chịu lực khi thay đổi đường kính lớn nhất

Từ kết quả kiểm chứng chương trình tính toán ở mục trên có thể khẳng định sự tin cậy của chương trình tính toán đã được lập. Trong mục này, tác giả tiến hành khảo sát khả năng chịu lực của cột thép có sơ đồ kết cấu như Hình 3.1, với các tham số khảo sát từ mẫu D-10 đến D-30 với chiều dày của ống thép $t = 1,5$ cm tương ứng với khả năng chịu lực của cột P_{cr} được thể hiện trong Bảng 4.2.

Bảng 4.2. Số liệu khảo sát sự thay đổi đường kính lớn nhất

Mẫu khảo sát	Đường kính lớn nhất	Mô-đun đàn hồi	Chiều cao cột	P_{cr}
	mm	Gpa	m	kN
D-10	100	208,10	4,0	510,754
D-12	120	208,10	4,0	1059,100
D-14	140	208,10	4,0	1962,114
D-16	160	208,10	4,0	3347,279
D-18	180	208,10	4,0	5361,694
D-20	200	208,10	4,0	8172,068
D-22	220	208,10	4,0	11964,725
D-24	240	208,10	4,0	16945,600
D-26	260	208,10	4,0	23340,243
D-28	280	208,10	4,0	31393,816
D-30	300	208,10	4,0	41371,094

Bảng 4.2 chỉ ra rằng, giá trị của đường kính lớn nhất của cột tiết diện thay đổi từ D-10 đến D-30 thì khả năng chịu lực của cột tăng từ 510,754 kN đến 41371,094 kN tương ứng với giá trị tăng 98,77%. Kết quả này là phù hợp với quan niệm định tính về khả năng chịu lực của cột theo điều kiện ổn định.



Hình 4.1: Quan hệ giữa khả năng chịu lực của cột với sự thay đổi tiết diện lớn nhất

Hình 4.1 thể hiện sự gia tăng giá trị của lực tối hạn tương ứng với giá trị của tiết diện lớn nhất tăng từ mẫu D-10 đến D-30 theo hàm đa thức bậc 2 với $R^2 = 0,9964$ trong phạm vi khảo sát. Biểu thức hồi quy được thực hiện dựa trên công cụ Trenline options/Polynomial của phần mềm Microsoft Excel 365. Từ biểu thức hồi quy của hàm khảo sát cho phép chúng ta có thể dự đoán được sự gia tăng khả năng chịu lực của cột khi thay đổi mẫu khảo sát từ D-10 đến D30 giúp cho người thiết kế và

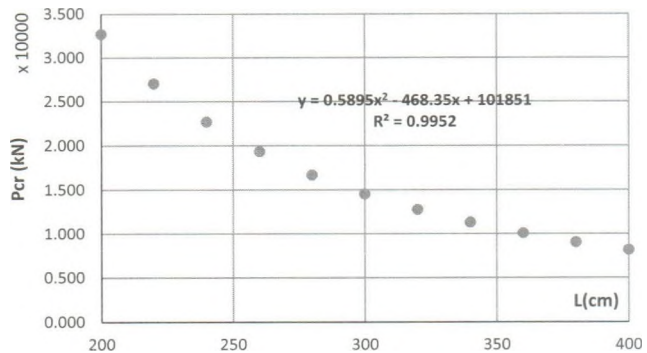
thi công dự đoán được khả năng chịu lực của cột thép hình côn đối xứng tiết diện ống.

4.3. Khảo sát khả năng chịu lực khi thay đổi chiều cao cột

Tiến hành khảo sát khả năng chịu lực của cột khi thay đổi chiều cao cột, trong bài báo, chiều cao cột được thay đổi từ H-20 đến H-40 với các thông số còn lại cho ở Bảng 4.3. Trên Bảng 4.3 ta thấy rằng khả năng chịu lực của cột giảm từ 32688,272 kN xuống 8172,068 kN, tương ứng giảm 75,00%.

Bảng 4.3. Số liệu khảo sát sự thay đổi chiều cao cột

Mẫu khảo sát	Đường kính lớn nhất	Mô-đun đàn hồi	Chiều cao cột	P_{cr}
	mm	Gpa	m	
H-20	200	208,10	2,0	32688,272
H-22	200	208,10	2,2	27015,100
H-24	200	208,10	2,4	22700,189
H-26	200	208,10	2,6	19342,173
H-28	200	208,10	2,8	16677,690
H-30	200	208,10	3,0	14528,121
H-32	200	208,10	3,2	12768,856
H-34	200	208,10	3,4	11310,821
H-36	200	208,10	3,6	10088,973
H-38	200	208,10	3,8	9054,923
H-40	200	208,10	4,0	8172,068



Hình 4.2: Quan hệ giữa khả năng chịu lực của cột với sự thay đổi tiết diện lớn nhất

Hình 4.2 thể hiện sự suy giảm giá trị của khả năng chịu lực tương ứng với mẫu khảo sát H-20 đến H-40 theo hàm đa thức bậc 2 với $R^2 = 0,9952$ trong phạm vi khảo sát. Biểu thức hồi quy được thực hiện dựa trên công cụ Trenline options/Polynomial của phần mềm Microsoft Excel 365. Từ biểu thức hồi quy của hàm khảo sát chúng ta có thể dự đoán được sự suy giảm của khả năng chịu lực của cột khi thay đổi mẫu khảo sát từ H-20 đến H-40. Điều này giúp cho người thiết kế và thi công dự đoán được khả năng chịu lực của cột thép hình côn đối xứng tiết diện ống.

5. KẾT LUẬN

Bài báo đã nghiên cứu và xây dựng được chương trình tính toán khả năng chịu lực của cột thép hình côn đối

xứng tiết diện ống bằng phương pháp Bubnov-Galerkin trên nền Matlab. Từ mô hình và chương trình tính toán xây dựng được bài báo tiến hành kiểm chứng sự chính xác của chương trình tính với công bố trước đó cho độ tin cậy cao. Tiếp đó, nghiên cứu tiến hành khảo sát khả năng chịu lực của cột thép tiết diện thay đổi thon dần ở hai đầu với các mẫu khảo sát bao gồm thay đổi đường kính lớn nhất của cột từ D-10 đến D-30 và thay đổi chiều cao cột từ mẫu H-20 đến H-40. Kết quả này sau đó đã được nhóm tác giả sử dụng phương pháp hồi quy bậc cao dựa trên công cụ Trenline options/Polynomial của phần mềm Microsoft Excel 365 để xây dựng hàm số xác định khả năng chịu lực của cột tiết diện thay đổi thon dần ở hai đầu phục vụ người thiết kế và thi công.

Lời cảm ơn: Nghiên cứu này được hỗ trợ bởi Đề tài mã số B2020-TDV-05 cấp Bộ Giáo dục và Đào tạo.

Tài liệu tham khảo

[1]. J. M. Gere and S. P. Timoshenko (1961), *Theory of elastic stability*.
[2]. G. C. Lee, M. Morrell and R. L. Ketter, *Design of Tapered Members*, STATE UNIV OF NEW YORK BUFFALO DEPT OF CIVIL ENGINEERING 1971.
[3]. M. A. Hirt and M. Crisinel (2005), *Charpentes métalliques: conception et dimensionnement des halles et bâtiments*, PPUR presses polytechniques.
[4]. L. Marques, A. Taras, L. S. da Silva, R. Greiner and C. Rebelo (2012), *Development of a consistent buckling design procedure for tapered columns*, Journal of Constructional Steel Research, vol.72, pp.61-74.
[5]. X.-H. Dang and T.-H. Nguyen (2018), *Reliability assessment of buckling strength for tapered columns of steel portal frames with flexible joint of beam - column (in en)*, proceedings of the international conference on the 55th anniversary of establishment of Vietnam institute for building science and technology.
[6]. T.-H. Nguyen, N.-L. Tran and D.-D. Nguyen (2021), *Prediction of Critical Buckling Load of Web Tapered I-Section Steel Columns Using Artificial Neural Networks*, International Journal of Steel Structures, pp.1-23.
[7]. N. Q. Viên (2007), *Báo cáo kết quả nghiên cứu để tài khoa học cấp Bộ*, Trường Đại học Xây dựng.
[8]. L. T. Trinh và Đ. V. Binh (2002), *Ổn định công trình*, NXB. Khoa học và Kỹ thuật.

Ngày nhận bài: 02/3/2023
Ngày chấp nhận đăng: 01/4/2023
Người phản biện: TS. Phan Văn Phúc
TS. Nguyễn Duy Dẫn