USING SECOND-ORDER CONE PROGRAMMING-BASED ITERATIVE METHOD FOR LOAD FLOW ANALYSIS IN MESHED POWER TRANSMISSION NETWORKS

Do Minh Hong, Pham Nang Van^{*}, Nguyen Thi Hoai Thu

School of Electrical and Electronic Engineering - Hanoi University of Science and Technology

ARTICLE INFO		ABSTRACT
Received:	01/7/2024	Power transmission networks are often designed and operated as meshed
Revised:	01/8/2024	topologies. The power flow equations of these networks are nonlinear. They are typically solved using iterative methods such as Newton-
Published:	01/8/2024	Raphson. This research introduces an iterative method for analyzing power
KEYWORDS		flow in meshed power transmission networks using second-order cone programming (SOCP). The proposed approach is extended from the SOCP procedure for radial electrical networks by adding constraints for the
Power transmission ne	etworks	voltage phase angle on each branch in the transmission network.
Meshed power networ	ks	Simultaneously, the proposed SOCP method integrates the power flow
Load flow analysis		equations into optimization problems. Therefore, optimization formulation
Second-order cone programming (SOCP)		solution is attained. The proposed SOCP model is evaluated on a power transmission network with six buses and IEEE thirty buses using the
Optimization methods		GAMS programming language and the CPLEX commercial software. The computational results indicate that, in comparison to the standard Newton- Raphson approach, the solution of the suggested methodology has a very
		small error, which can be entirely disregarded in real-world applications.

SỬ DỤNG PHƯƠNG PHÁP LẶP DỰA TRÊN QUY HOẠCH NÓN BẬC HAI ĐỂ PHÂN TÍCH CHẾ ĐỘ XÁC LẬP CỦA LƯỚI ĐIỆN TRUYỀN TẢI CÓ MẠCH VÒNG KÍN

Đỗ Minh Hồng, Phạm Năng Văn^{*}, Nguyễn Thị Hoài Thu

Trường Điện – Điện tử, Đại học Bách khoa Hà Nội

THÔNG TIN BÀI BÁO		ΤΌΜ ΤΑ̈́Τ
Ngày nhận bài:	01/7/2024	Lưới điện truyền tải thường được thiết kế và vận hành với cấu trúc mạch
Ngày hoàn thiện:	01/8/2024	vong kin. Hẹ phương trình can bảng cong suat của lưới diện này là không tuyến tính và thường được giải sử dung các phương pháp lặp như
Ngày đăng:	01/8/2024	Newton-Raphson. Bài báo này đề xuất phương pháp lặp sử dụng quy hoạch bình nón bậc hại (SOCP) nhằm xác định điện án nút và dòng công
TỪ KHÓA		suất của lưới điện truyền tải trong chế độ xác lập. Phương pháp đề xuất được mở rộng từ phương pháp SOCP cho lưới điện hình tia bằng cách bồ
Lưới điện truyền tải		sung ràng buộc về góc pha điện áp cho mỗi nhánh trong lưới điện truyền
Lưới điện có mạch vò	ng kín	tải. Đồng thời, phương pháp SOCP đề xuất giúp tích hợp hệ phương trình
Phân tích chế độ xác l	ập	cân bằng công suất vào các bài toán tôi ưu hóa trong hệ thông điện. Các
Quy hoạch nón bậc ha	ui (SOCP)	cuc. Phương pháp lặp đề xuất được đánh giá trên lưới điện truyền tải 6
Phương pháp tối ưu		nút và 30 nút IEEE sử dụng ngôn ngữ lập trình GAMS/CPLEX. Các kết
		quả tính toán cho thấy phương pháp lặp đề xuất có sai số rất nhỏ so với phương pháp Newton-Raphson chuẩn và sai số này hoàn toàn có thể được bỏ qua trong các áp dụng thực tế.

DOI: https://doi.org/10.34238/tnu-jst.10686

^{*} Corresponding author. Email: van.phamnang@hust.edu.vn

http://jst.tnu.edu.vn

1. Giới thiệu

Lưới điện truyền tải có nhiệm vụ truyền tải điện năng từ các trung tâm sản xuất điện đến các khu vực tiêu thụ và được coi là "xương sống" của mạng lưới điện. Lưới điện này thường có cấu trúc mạch vòng kín nhằm nâng cao độ tin cậy cung cấp điện. Ngày nay, mức độ thâm nhập ngày càng tăng các nguồn năng lượng mới và tái tạo cùng với sự gia tăng không ngừng của phụ tải dẫn đến sự phức tạp trong công tác quy hoạch và vận hành lưới điện này. Quy hoạch và vận hành lưới điện truyền tải là các bài toán tối ưu phức tạp. Một trong những ràng buộc của bài toán tối ưu này là hệ phương trình cân bằng công suất nút. Do tính phi tuyến của hệ phương trình này nên không đảm bảo tìm được nghiệm tối ưu toàn cục của các bài toán tối ưu. Bài toán phân tích chế độ xác lập của lưới điện và các phương pháp toán học nhằm tích hợp hệ phương trình này vào các mô hình tối ưu đã được nghiên cứu trong một số bài báo.

Phân tích chế độ xác lập của lưới điện thường được thực hiện bằng các phương pháp lặp như phương pháp Gauss-Seidel [1] hoặc phương pháp Newton-Raphson [2]. Đặc tính hội tụ của phương pháp Gauss-Seidel có dang tuyến tính và cần nhiều thời gian khi tính toán cho các lưới điên có kích cỡ lớn. Phương pháp Newton-Raphson (NR) tính toán ở dang số thực và có đặc tính hôi tu bâc hai. Tuy nhiên, các tác giả [3] chỉ ra rằng phương pháp này không tìm được nghiêm trong một số trường hợp như lưới điện có tỷ số R/X lớn. Ngoài ra, phương pháp NR không phù hợp trong các áp dụng thời gian thực do không đáp ứng về mặt thời gian tính toán. Do đó, các tác giả trong [4] đã đề xuất phương pháp tách biến nhanh (Fast Decoupled Power Flow – FDPF). Phương pháp này được phát triển từ phương pháp NR với mục đích cải thiên thời gian tính toán. Phương pháp FDPF xem xét mối liên hệ yếu giữa công suất tác dụng và mô-đun điện áp, công suất phản kháng và góc pha điên áp. Đồng thời, ma trân Jacobi được coi là hằng số khi tính toán với phương pháp FDPF. Tuy nhiên, kỹ thuật này không thể áp dụng với các lưới điện mang tải năng hoặc điện áp đinh mức dưới 220 kV. Với sư phi điều tiết trong lĩnh vực điện và xây dựng thị trường mua bán điện năng, phương pháp trào lưu công suất một chiều (Direct Current Power Flow – DCPF) đang ngày càng được quan tâm [5], [6]. Hệ phương trình cân bằng công suất theo phương pháp DCPF có dạng tuyến tính và chỉ góc pha điện áp là các biến cần tìm. Nghiên cứu [7] áp dung phương trình trào lưu công suất một chiều có xét tổn thất công suất tác dung cho bài toán quy hoạch mở rộng mạng điện truyền tải. Tuy nhiên, phương pháp trào lưu công suất tuyến tính không xét vấn đề điên áp trong hê thống điên. Các bài báo [8], [9] áp dung mô hình quy hoach hình nón bâc hai (SOCP) trong các bài toán phân tích trào lưu công suất, trào lưu công suất tối ưu và ổn định điện áp của hệ thống điện. Bài báo [10] áp dụng mô hình SOCP để xác định dòng công suất cho lưới điện hình tia có tích hợp các nguồn điện phân tán. Tuy nhiên, nghiên cứu [10] chưa xét trường hợp lưới điện có mạch vòng kín, đặc biệt là lưới điện truyền tải thường có nhiều mạch vòng kín.

Bài báo này có mục đích xây dựng phương pháp lặp dựa trên mô hình SOCP để phân tích chế độ xác lập của lưới điện truyền tải có mạch vòng kín. Các đóng góp của bài báo này bao gồm:

• Đề xuất phương pháp lặp dựa trên mô hình SOCP để giải bài toán phân tích chế độ xác lập của lưới điện truyền tải.

• So sánh kết quả tính toán của kỹ thuật lặp đề xuất với phương pháp Newton-Raphson.

Bài báo có cấu trúc gồm bốn phần. Phần 1 giới thiệu tổng quan về nội dung nghiên cứu. Cơ sở lý thuyết của phương pháp đề xuất được trình bày ở phần 2. Phần 3 trình bày kết quả nghiên cứu cho lưới điện truyền tải 6 nút. Phần 4 trình bày các kết luận và hướng nghiên cứu trong tương lai.

2. Cơ sở lý thuyết

2.1. Mô hình quy hoạch hình nón bậc hai

Xét lưới điện truyền tải hai nút có sơ đồ thay thế được mô tả trong Hình 1.

Dòng công suất trên nhánh ik tại nút i được $V_{k} \ge \delta_{k} \quad \text{tinh toán như sau:}$ $= b_{ik} = g_{ik}V_{i}^{2} - V_{i}V_{k}\left(g_{ik}\cos\delta_{ik} + b_{ik}\sin\delta_{ik}\right) \quad (1)$ $= b_{ik} = g_{ik}V_{i}^{2} - V_{i}V_{k}\left(g_{ik}\sin\delta_{ik} - b_{ik}\cos\delta_{ik}\right) \quad (2)$ $= b_{ik} = b_{ik} = b_{ik} + b_{ik}^{2} +$ 1

Hình 1. Sơ đồ thay thế của lưới điện truyền tải hai nút [11]

trong đó:

k

- P_{ik} và Q_{ik} lần lượt là dòng công suất tác dụng và phản kháng trên nhánh ik tại nút i;
- g_{ik} và b_{ik} lần lượt là phần thực và ảo của tổng dẫn dọc nhánh ik;

$$g_{ik} = \frac{r_{ik}}{r_{ik}^2 + x_{ik}^2}; \quad b_{ik} = -\frac{x_{ik}}{r_{ik}^2 + x_{ik}^2}$$
(3)

- b_{ik}^{sh} là phần ảo của tổng dẫn ngang nhánh ik;
- V_i và V_k lần lượt là mô-đun điện áp tại nút *i* và *k*;
- δ_{ik} là sự chênh lệch góc pha điện áp giữa hai nút *i* và *k*.

Với lưới điện truyền tải có N nút, ta giả sử tổng số nút PQ là $N_{\rm D}$ thì số nút PV (trừ nút cân bằng) là $N_{\rm G} = N - N_{\rm D} - 1$. Hệ phương trình mô tả lưới điện truyền tải có N nút trong chế độ xác lập được viết như sau:

$$\sum_{i=1,k\neq i}^{N} P_{ik} = \sum_{k=1,k\neq i}^{N} g_{ik} V_{i}^{2} - V_{i} V_{k} \left(g_{ik} \cos \delta_{ik} + b_{ik} \sin \delta_{ik} \right) = P_{Gi} - P_{Di}; \quad i \in N_{D} \cup N_{G}$$
(4)

$$\sum_{i=1,k\neq i}^{N} Q_{ik} = \sum_{k=1,k\neq i}^{N} -\left(b_{ik} + \frac{b_{ik}^{sh}}{2}\right) V_i^2 - V_i V_k \left(g_{ik} \sin \delta_{ik} - b_{ik} \cos \delta_{ik}\right) = Q_{Gi} - Q_{Di}; \quad i \in N_D$$
(5)

trong đó, P_{Gi} và Q_{Gi} lần lượt là công suất tác dụng và phản kháng của nguồn điện tại nút *i*; $P_{\text{D}i}$ và $Q_{\text{D}i}$ lần lượt là công suất tác dụng và phản kháng của phụ tải tại nút *i*.

Biểu thức (4) và (5) mô tả $2N_{\rm D} + N_{\rm G}$ phương trình với tổng số biến (δ_i, V_i) là $2N_{\rm D} + N_{\rm G}$. Tuy nhiên, hệ phương trình trên là phi tuyến. Đặt $v_i = V_i^2$, $c_{ik} = V_i V_k \cos \delta_{ik}$ và $s_{ik} = V_i V_k \sin \delta_{ik}$, hệ phương trình (4)-(5) được viết lại như sau:

$$\sum_{k=1,k\neq i}^{N} P_{ik} = \sum_{k=1,k\neq i}^{N} g_{ik} v_i - \left(g_{ik} c_{ik} + b_{ik} s_{ik}\right) = P_{Gi} - P_{Di}; \quad i \in N_D \cup N_G$$
(6)

$$\sum_{k=1,k\neq i}^{N} Q_{ik} = \sum_{k=1,k\neq i}^{N} -\left(b_{ik} + \frac{b_{ik}^{sh}}{2}\right) v_i - \left(g_{ik}s_{ik} - b_{ik}c_{ik}\right) = Q_{Gi} - Q_{Di}; \quad i \in N_D$$
(7)

Do $c_{ik} = c_{ki}$ và $s_{ik} = -s_{ki}$ nên phương trình (6) và (7) biểu diễn $2N_{\rm D} + N_{\rm G}$ phương trình tuyến tính với tổng số biến $(v_i, \delta_i, c_{ik}, s_{ik})$ là $2N_D + N_G + 2L$. Bên cạnh đó, 2L phương trình được biểu diễn qua mối liên hệ giữa δ_{ik}, c_{ik} và s_{ik} cho mỗi nhánh *ik*:

$$v_i v_k = c_{ik}^2 + s_{ik}^2; \quad \forall ik \in \Delta_{\rm L}$$
(8)

$$\delta_{i} - \delta_{k} = \arctan\left(\frac{s_{ik}}{c_{ik}}\right); \quad \forall ik \in \Delta_{L}$$
(9)

trong đó, L là tổng số nhánh của mạng điện truyền tải; $\Delta_{\rm L}$ là tập các nhánh của lưới điện truyền tải; δ_i là góc pha điện áp nút *i* và δ_i là góc pha điện áp nút *k*.

Biểu thức (8) là ràng buộc không lồi. Do đó, biểu thức này được biến đổi về dạng hình nón: $v_i v_k \ge c_{ik}^2 + s_{ik}^2; \quad \forall ik \in \Delta_{\mathrm{L}}$ (10) Khi đó, bài toán phân tích chế độ xác lập (6), (7) và (10) có dạng hình nón và có thể được giải sử dụng quy hoạch toán học. Tuy nhiên, các biểu thức (6), (7) và (10) chỉ đúng cho lưới điện hình tia. Do lưới điện truyền tải thường có cấu trúc mạch vòng kín nên (6), (7) và (10) không đảm bảo rằng tổng chênh lệch góc pha điện áp cho mỗi vòng kín bằng 0. Do đó, biểu thức (9) được bổ sung vào mô hình nón bậc hai cho lưới điện có mạch vòng kín. Vì hàm arctan là hàm không lồi nên các tác giả đề xuất biến đổi (9) thành dạng tuyến tính bằng cách áp dụng khai triển Taylor.

$$\arctan\left(\frac{s_{ik}^{(r)}}{c_{ik}^{(r)}}\right) = \delta_{i} - \delta_{k} + \frac{s_{ik}^{(r)}c_{ik} - c_{ik}^{(r)}s_{ik}}{\left(s_{ik}^{(r)}\right)^{2} + \left(c_{ik}^{(r)}\right)^{2}}; \quad \forall ik \in \Delta_{L}$$
(11)

trong đó, $s_{ik}^{(r)}$ và $c_{ik}^{(r)}$ là các giá trị xấp xỉ của c_{ik} và s_{ik} ở bước lặp thứ r.

 v_i

2.2. Phân tích chế độ xác lập của lưới điện truyền tải sử dụng phương pháp lặp dựa trên quy hoạch hình nón bậc hai

Để bắt đầu quá trình lặp, xấp xỉ đầu của các biến c_{ik} và s_{ik} được lựa chọn như sau: $c_{ik}^{(0)} = 1$ và $s_{ik}^{(0)} = 0$. Sự lựa chọn xấp xỉ này phản ánh sự thật rằng mô-đun điện áp lệch rất ít so với 1 pu $(V_i = V_k \approx 1 \text{ pu})$ và chênh lệch góc pha điện áp giữa hai nút liền kề cũng rất nhỏ $(\delta_i \approx \delta_k)$ khi hệ thống điện vận hành ở chế độ xác lập. Các trị số xấp xỉ này phù hợp tốt với tất cả các lưới điện vận hành ở trạng thái xác lập và thuật toán hội tụ thường sau 3 bước lặp. Nhấn mạnh rằng, thuật toán có thể không hội tụ hoặc hội tụ rất chậm nếu các trị số xấp xỉ đầu không được lựa chọn phù hợp.

Giả sử rằng ta đã biết các giá trị $s_{ik}^{(r)}$ và $c_{ik}^{(r)}$ ở bước lặp thứ *r*, mô hình quy hoạch hình nón bậc hai (SOCP) để tính toán các giá trị ở bước lặp (*r*+1) được mô tả như sau: max $\sum_{r,k} c_{ik}$ (12)

thỏa mãn các điều kiện:

$$\sum_{k=1,k\neq i}^{N} P_{ik} = \sum_{k=1,k\neq i}^{N} g_{ik} v_i - (g_{ik} c_{ik} + b_{ik} s_{ik}) = P_{Gi} - P_{Di}; \quad \forall i \in N_{\rm D} \cup N_{\rm G}$$
(13)

$$\sum_{k=1,k\neq i}^{N} Q_{ik} = \sum_{k=1,k\neq i}^{N} -\left(b_{ik} + \frac{b_{ik}^{sh}}{2}\right) v_i - \left(g_{ik} g_{ik} - b_{ik} c_{ik}\right) = Q_{Gi} - Q_{Di}; \quad \forall i \in N_D$$
(14)

$$v_k \ge c_{ik}^2 + s_{ik}^2; \ ik \in \Delta_{\mathrm{L}}$$

$$\delta_{i} - \delta_{k} + \frac{s_{ik}^{(r)}c_{ik} - c_{ik}^{(r)}s_{ik}}{\left(s_{ik}^{(r)}\right)^{2} + \left(c_{ik}^{(r)}\right)^{2}} = \arctan\left(\frac{s_{ik}^{(r)}}{c_{ik}^{(r)}}\right); \quad \forall ik \in \Delta_{L}$$
(16)

$$c_{ik} \ge 0; \quad \forall ik \in \Delta_{\mathrm{L}}$$
 (17)

$$c_{ik} = c_{ki}; \ s_{ik} = -s_{ki}; \quad \forall ik \in \Delta_{\mathrm{L}}$$

$$\tag{18}$$

$$v_i \ge 0; \ \forall i \in N_{\rm D} \tag{19}$$

$$v_i = V_i^2; \ \forall i \in N_{\rm G} \tag{20}$$

$$v_i = V_i^2; \delta_i = 0; i = ref$$

$$\tag{21}$$

Thuật toán lặp dựa trên mô hình SOCP để tính toán chế độ xác lập của mạng điện truyền tải có mạch vòng kín gồm các bước như sau (xem Hình 2):

Bước 0: Bắt đầu đếm chỉ số bước lặp (r=0). Lựa chọn xấp xỉ ban đầu là $c_{ik}^{(0)} = 1; s_{ik}^{(0)} = 0$.

Bước 1: Giải mô hình nón bậc hai (12)-(21). Tăng chỉ số bước lặp r lên 1, biểu diễn các nghiệm của mô hình tối ưu $v_i^{(r)}, \delta_i^{(r)}, c_{ik}^{(r)}, s_{ik}^{(r)}$.

Bước 2: Kiểm tra điều kiện hội tụ. Nếu $|c_{ik}^{(r)} - c_{ik}^{(r-1)}|$ và $|s_{ik}^{(r)} - s_{ik}^{(r-1)}|$ đều nhỏ hơn hoặc bằng 10⁻⁶ thì thuật toán dừng và in ra các nghiệm. Nếu không thì cập nhật các xấp xỉ mới $c_{ik}^{(r)}$ và $s_{ik}^{(r)}$ và quay lại Bước 1.

http://jst.tnu.edu.vn



Hình 2. Lưu đồ thuật toán đề xuất

3. Kết quả nghiên cứu

Mục này trình bày kết quả tính toán chế độ xác lập của lưới điện truyền tải 6 nút và 30 nút IEEE [12] sử dụng phương pháp lặp dựa trên mô hình SOCP. Hình 3 mô tả sơ đồ lưới điện truyền tải 6 nút trên phần mềm POWERWORLD [13].



Hình 3. Tính toán trào lưu công suất bằng phần mềm POWERWORLD

Mô hình tối ưu dựa trên quy hoạch hình nón bậc hai được giải bằng bộ giải thương mại GAMS/CPLEX [14] trên máy tính Intel Core i5-6300HQ 2,3-GHz, 8 GB RAM. Kết quả tính toán của kỹ thuật đề xuất được so sánh với phương pháp Newton-Raphson truyền thống.

3.1. Lưới điện 6 nút

3.1.1. Dữ liệu tính toán

Bảng 1 và Bảng 2 trình bày thông số đường dây và dữ liệu tại các nút của lưới điện truyền tải 6 nút. Điện áp danh định của mạng điện 6 nút là 230 kV. Điện áp tại nút cân bằng là 1,05 pu (nút 1). Tất cả các dữ liệu được mô tả trong hệ đơn vị tương đối với công suất cơ bản bằng 100 MVA.

3.1.2. Kết quả tính toán

Phương pháp lặp dựa trên mô hình tối ưu SOCP hội tụ với 3 bước lặp. Bảng 3 mô tả giá trị c_{ik}, s_{ik} ở bước lặp thứ nhất. Đồng thời, kết quả bước lặp thứ nhất cho thấy $|c_{ik}^{(r)} - c_{ik}^{(r-1)}|$ có giá trị lớn nhất là 0,0875 pu (tại nhánh 1-2 và lớn hơn 10^{-6} pu) và $|s_{ik}^{(r)} - s_{ik}^{(r-1)}|$ có giá trị lớn nhất là

0,16314 pu (tại nhánh 1-5 và lớn hơn 10^{-6} pu). Do đó ở bước lặp thứ nhất, thuật toán lặp không hội tụ và chuyển sang bước lặp thứ 2.

$ \begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$)))
$\begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$))
$\begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$)
$\begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	5
$\begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$,
$\begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	5
	5
/ 2 6 0,0/ 0,20 0,05 0,	5
8 3 5 0,12 0,26 0,05 0,0	5
9 3 6 0,02 0,10 0,02 0,0	5
10 4 5 0,20 0,40 0,08 0,0	5
11 5 6 0,10 0,30 0,06 0,0	5
Bảng 2. Dữ liệu nút	
Nút $V(\mathbf{pu})$ $P_{\mathbf{G}}(\mathbf{pu})$ $Q_{\mathbf{G}}(\mathbf{pu})$ $P_{\mathbf{D}}(\mathbf{pu})$ $Q_{\mathbf{D}}(\mathbf{pu})$	u)
1 1,05 0 0	
2 1,04 1,0 0 0	
3 1,02 0,7 0 0	
4 1,1 0,60)
5 1,1 0,70)
6 1,1 0,15	5
Bảng 3. Kiểm tra điều kiện hội tụ ở bước lặp 1	
Nhánh $c_{ik}^{(1)}(\mathbf{pu})$ $s_{ik}^{(1)}(\mathbf{pu})$ $\begin{vmatrix} c_{ik}^{(1)} - c_{ik}^{(0)} \end{vmatrix} (\mathbf{pu})$ $\begin{vmatrix} s_{ik}^{(1)} - s_{ik}^{(0)} \end{vmatrix}$	(pu)
1-2 1,08750 0,09907 0,08750 0,0990	7
1-4 1,01469 0,12976 0,01469 0,1297	5
1-5 0,98774 0,16315 0,01227 0,1631	4
2-3 1,06040 0,02926 0,06040 0,0292	5
2-4 1,01274 0,03069 0,01274 0,0306	8
2-5 0,98951 0,06408 0,01049 0,0640	7
2-6 1,02642 0,08710 0,02642 0,0871	C
3-5 0,97189 0,03482 0,02811 0,0348	1
3-6 1,00864 0,05784 0,00864 0,0578	4
4-5 0,92828 0,03339 0,07172 0,0333	8
5-6 0,94409 0,02302 0,05591 0,0230	2

Bảng 1. Thông số đường dây

Bảng 4 trình bày giá trị c_{ik} , s_{ik} ở bước lặp thứ 2. Đồng thời, kết quả bước lặp thứ 2 cho thấy $\left|c_{ik}^{(r)} - c_{ik}^{(r-1)}\right|$ có trị số lớn nhất là 0,00066 pu (tại nhánh 1-5 và lớn hơn 10⁻⁶ pu) và $\left|s_{ik}^{(r)} - s_{ik}^{(r-1)}\right|$ có trị số lớn nhất là 0,00454 pu (tại nhánh 1-2 và lớn hơn 10⁻⁶ pu). Do đó ở bước lặp thứ 2, thuật toán không hội tụ và chuyển sang bước lặp thứ 3.

Bảng 5 trình bày giá trị c_{ik} , s_{ik} ở bước lặp thứ 3. Đồng thời, kết quả bước lặp thứ 3 cho thấy $|c_{ik}^{(r)} - c_{ik}^{(r-1)}|$ có trị số lớn nhất là 5,1×10⁻⁸ pu (tại nhánh 1-5 và nhỏ hơn 10⁻⁶ pu) và $|s_{ik}^{(r)} - s_{ik}^{(r-1)}|$ có trị số lớn nhất là 2,5×10⁻⁷ pu (tại nhánh 1-5 và nhỏ hơn 10⁻⁶ pu). Do đó, thuật toán hội tụ sau 3 bước lặp. Vậy nghiệm tìm được của mô hình quy hoạch SOCP là kết quả của bài toán phân tích chế độ xác lập của lưới điện truyền tải có mạch vòng kín.

Bảng 6 trình bày các thông tin chi tiết về mô-đun điện áp nút, góc pha điện áp nút và sai số lớn nhất của $|c_{ik}^{(r)} - c_{ik}^{(r-1)}|$ và $|s_{ik}^{(r)} - s_{ik}^{(r-1)}|$ trong quá trình hội tụ của phương pháp lặp dựa trên mô hình SOCP.

	Bång 4. Kie	ểm tra điều kiện hội tụ	ở bước lặp 2	
Nhánh	$c_{ik}^{(2)}(\mathbf{pu})$	$s_{ik}^{(2)}(\mathbf{pu})$	$\left c_{ik}^{(2)} - c_{ik}^{(1)}\right $ (pu)	$\left s_{ik}^{(2)} - s_{ik}^{(1)}\right $ (pu)
1-2	1,08707	0,10361	0,00043	0,00454
1-4	1,01484	0,12830	0,00015	0,00145
1-5	0,98840	0,15974	0,00066	0,00340
2-3	1,06036	0,03044	0,00004	0,00118
2-4 2-5	0.98958	0,05114	0,00004	0,00043
2-6	1.02627	0.08871	0.00015	0.00161
3-5	0,97197	0,03551	0,00008	0,00069
3-6	1,00862	0,05809	0,00002	0,00025
4-5	0,92840	0,03202	0,00012	0,00137
5-6	0,94426	0,01985	0,00017	0,00317
	Bång 5. Kie	ểm tra điều kiện hội tụ	ở bước lặp 3	
Nhánh	$c_{ik}^{(3)}(\mathbf{pu})$	$s_{ik}^{(3)}(\mathbf{pu})$	$\left c_{ik}^{(3)} - c_{ik}^{(2)}\right $ (pu)	$ s_{ik}^{(3)} - s_{ik}^{(2)} $ (pu)
1-2	1,0870735581	0,1036102031	8,0×10 ⁻⁹	8,3×10 ⁻⁸
1-4	1,0148389185	0,1283039099	6,2×10 ⁻⁹	$1,0 \times 10^{-7}$
1-5	0,9883999476	0,1597435610	5,1×10 ⁻⁸	2,5×10 ⁻⁷
2-3	1,0603633103	0,0304349814	2,1×10 ⁻⁹	$7,4 \times 10^{-8}$
2-4	1,0126967326	0,0311367075	8,5×10 ⁻⁹	6,8×10 ⁻⁸
2-5	0,9895823501	0,0646206331	5,3×10 ⁻⁹	$6,2 \times 10^{-8}$
2-6	1,0262743963	0,0887121600	6,9×10 ⁻⁹	9,3×10 ⁻⁸
3-5	0,9719707343	0,0355061157	9,0×10 ⁻⁹	5,5×10 ⁻⁹
3-6	1,0086202581	0,0580921504	$4,5 \times 10^{-10}$	2,9×10 ⁻⁸
4-5	0,9284013299	0,0320164118	1,6×10 ⁻⁸	$4,9 \times 10^{-8}$
5-6	0,9442637377	0,0198500029	1,5×10 ⁻⁸	2,3×10 ⁻⁷
Bång 6	6. Thống kê chi tiết về d	quá trình hội tụ của ph	ương pháp lặp dựa tro	ên SOCP
		Bước lặp 1	Bước lặp 2	Bước lặp 3
V_1 (j	pu)	1,050000	1,050000	1,050000
V_2 (j	pu)	1,040000	1,040000	1,040000
$V_3($	pu)	1,020000	1,020000	1,020000
V_4	pu)	0,974238	0,974207	0,974200
V_{s}	pu)	0.990485	0.990482	0.990482
δ_1 (r	ad)	0	0	0
δ_2 (1	ad)	-0,099072	-0,095024	-0,095020
δ_3 (1	ad)	-0,128330	-0,123719	-0,123720
δ_4 (1	ad)	-0,129757	-0,125761	-0,125761
δ_5 (1	ad)	-0,163147	-0,160232	-0,160233
δ_6 (1	ad)	-0,186172	-0,181251	-0,181251
$\max c_{ik}^{(r)} - c_{ik}^{(r)} $	$c_{ik}^{(r-1)} (\mathrm{pu})$	0,08750	0,00066	5,1×10 ⁻⁸
$\max \left s_{ik}^{(r)} - s \right $	$\left s_{ik}^{(r-1)} \right $ (pu)	0,16314	0,00454	2,5×10 ⁻⁷

Bảng 7, Bảng 8 và Bảng 9 trình bày sự so sánh mô-đun và góc pha điện áp của từng bước lặp khi phân tích trào lưu công suất sử dụng phương pháp SOCP đề xuất và phương pháp Newton-Raphson truyền thống. Trong đó, cả hai phương pháp đều hội tụ sau 3 bước lặp. Đồng thời, mô-đun điện áp và góc pha điện áp của phương pháp SOCP đề xuất có sai số khá lớn so với phương

pháp Newton-Raphson sau bước lặp thứ nhất. Tuy nhiên, sai số đã giảm đi đáng kể sau bước lặp 2. Nhấn mạnh rằng, mỗi bước lặp của phương pháp đề xuất là giải bài toán tối ưu SOCP. Tuy nhiên, mỗi bước lặp của phương pháp Newton-Raphson truyền thống là giải hệ phương trình đại số tuyến tính.

Nút	V (pu)	δ (rad)			
Ivut -	SOCP	NR	Sai số (%)	SOCP	NR	Sai số (%)
1	1,050000	1,050000	0	0	0	0
2	1,040000	1,040000	0	-0,099072	-0,085910	15,3203
3	1,020000	1,020000	0	-0,128330	-0,112427	14,1451
4	0,974238	0,993830	1,971326	-0,129757	-0,118334	9,6529
5	0,953445	0,978322	2,542745	-0,163147	-0,149725	8,9642
6	0,990485	0,960329	3,140209	-0,186172	-0,169816	9,6318

Bảng 7. So sánh điện áp nút giữa phương pháp đề xuất và Newton-Raphson ở bước lặp 1

								•							
D ?	0 0	/ 1	4.4	· · ·	•~	1	1 /	+ ^	~ · ·		D 1	2	1 /	1	٦
Rona	X \\\	canh	dian	an nut	anpa	nhipona	nhan	dov	vuat va	1 / 0 / 0 / 0 / 0 / 0 / 0 / 0 / 0 / 0 /	Ranhcon	α	hippic	lan	,
Dalle		sann	ulen	un nui	rinu	DHUOHY	man	иел	чий ги	<i>wewlon</i>	-nummon		DUDU	uun 2	-
		~~ ~ ~ ~ ~ ~ ~ ~			A	P	P					-	~ ~ ~ ~ ~ ~		-

Nút	V (pu)		δ (rad)			
Inut —	SOCP	NR	Sai số (%)	SOCP	NR	Sai số (%)	
1	1,050000	1,050000	0,000005	0	0	0	
2	1,040000	1,040000	0,000004	-0,095024	-0,094939	0,0900	
3	1,020000	1,020000	0,000002	-0,123719	-0,123612	0,0865	
4	0,974207	0,974240	0,003454	-0,125761	-0,125697	0,0504	
5	0,953548	0,953614	0,006918	-0,160232	-0,160136	0,0605	
6	0,990482	0,990502	0,002100	-0,181251	-0,181145	0,0581	

Bảng 9. So sánh điện áp nút giữa phương pháp đề xuất và Newton-Raphson ở bước lặp 3

$oldsymbol{V}$ (pu)		δ (rad)		
SOCP	NR	Sai số (%)	SOCP	NR	Sai số (%)
1,050000	1,050000	0	0	0	0
1,040000	1,040000	0	-0,095020	-0,094946	0,082
1,020000	1,020000	0	-0,123720	-0,123744	0,020
0,974206	0,974210	4,11×10 ⁻⁴	-0,125761	-0,125838	0,061
0,953548	0,953550	2,09×10 ⁻⁴	-0,160233	-0,160221	0,007
0,990482	0,990480	$2,02 \times 10^{-4}$	-0,181251	-0,181165	0,047
	V () SOCP 1,050000 1,040000 1,020000 0,974206 0,953548 0,990482	V (pu) SOCP NR 1,050000 1,050000 1,040000 1,040000 1,020000 1,020000 0,974206 0,974210 0,953548 0,953550 0,990482 0,990480	V (pu)SOCPNRSai số (%)1,0500001,05000001,0400001,04000001,0200001,02000000,9742060,974210 4,11×10⁴ 0,9535480,9535502,09×10 ⁻⁴ 0,9904820,9904802,02×10 ⁻⁴	V (pu) δ (rSOCPNRSai số (%)SOCP1,0500001,050000001,0400001,0400000-0,0950201,0200001,0200000-0,1237200,9742060,974210 $4,11 \times 10^4$ -0,1257610,9535480,953550 $2,09 \times 10^{-4}$ -0,1602330,9904820,990480 $2,02 \times 10^{-4}$ -0,181251	$V(pu)$ $\delta(rad)$ SOCPNRSai số (%)SOCPNR1,0500001,0500000001,0400001,0400000-0,095020-0,0949461,0200001,0200000-0,123720-0,1237440,9742060,974210 4,11×10⁴ -0,125761-0,1258380,9535480,9535502,09×10 ⁻⁴ -0,160233-0,1602210,9904820,9904802,02×10 ⁻⁴ -0,181251-0,181165

Từ Bảng 9, ta thấy mô-đun điên áp thấp nhất của hai phương pháp đều tại nút 5 (0,953548 pu với mô hình SOCP và 0,95355 pu với phương pháp NR). Đồng thời, trị số nhỏ nhất của góc pha điện áp của hai phương pháp đều tại nút 6 (-0,181251^{rad} với mô hình SOCP và – 0,181165^{rad} với phương pháp NR). Sai số lớn nhất về mô-đun điện áp của hai phương pháp là $4,11 \times 10^{-4}$ % (tại nút 5). Sai số lớn nhất về góc pha điện áp của hai phương pháp là 0,082% (tại nút 2). Tuy nhiên, sai số này là không đáng kể và có thể bỏ qua hoàn toàn trong thực tiễn.



Sự phân bố điện áp trên lưới điện theo phương pháp đề xuất được mô tả trong Hình 4. Trong đó, mô-đun điện áp tại các nút là khác nhau. Giá trị điện áp tại các nút đều lớn hơn 0,95 pu và điện áp thấp nhất là 0,953548 pu tại nút 5.

Bảng 10 so sánh kết quả về tổn thất công suất tác dụng và phản kháng của phương pháp đề xuất và phương pháp Newton-Raphson truyền thống. Sư khác nhau giữa hai phương pháp về tổn thất công suất tác dung và phản kháng lần lượt là 1.38×10^{-4} % và 8.05×10^{-4} %. Sự khác nhau này là không đáng kể và được bỏ qua hoàn toàn trong thực tiễn. Do đó, áp dụng mô hình đề xuất để phân tích chế độ xác lập cho lưới điện truyền tải có mạch vòng kín là hoàn toàn phù hợp.

Bảng 10. So sánh tổn thất công suất giữa kỹ thuật lặp đề xuất và phương pháp Newton-Raphson

	$\Delta P(\mathbf{MW})$	ΔQ (MVAr)
SOCP	14,40235	-7,44509
NR	14,40237	-7,44503
Sai số (%)	1,38 ×10 ⁻⁴	8,05×10 ⁻⁴

3.2. Lưới điên 30 nút IEEE

Để khẳng đinh tính chính xác của phương pháp đề xuất, nhóm nghiên cứu đã sử dung phương pháp SOCP để tính toán chế độ xác lập của lưới điện truyền tải 30 nút IEEE. Bảng 11 trình bày giá trị sai số lớn nhất của $|c_{ik}^{(r)} - c_{ik}^{(r-1)}|$ và $|s_{ik}^{(r)} - s_{ik}^{(r-1)}|$ trong mỗi bước lặp. Trong đó, giá trị lớn nhất $|c_{ik}^{(3)} - c_{ik}^{(2)}|$ và $|s_{ik}^{(3)} - s_{ik}^{(2)}|$ ở bước lặp thứ 3 lần lượt là $1,00 \times 10^{-8}$ và $3,00 \times 10^{-9}$ (đều nhỏ hơn 10^{-6}). Do đó, chế độ xác lập của lưới điện 30 nút IEEE sử dụng phương pháp đề xuất hội tụ sau 3 bước lặp. Phân bố điện áp trên lưới điện theo phương pháp đề xuất được mô tả trong Hình 5. Trong đó, mô-đun điện áp tại các nút là khác nhau và điện áp thấp nhất là 0,947455 pu tại nút 30.



Bảng 11. Sai số lớn nhất sau các bước lặp

Hình 5. Phân bố điện áp của lưới điện 30 nút IEEE

Bảng 12 trình bày kết quả mô-đun và góc pha điện áp nút của lưới điện 30 nút IEEE theo kỹ thuật lặp đề xuất và phương pháp Newton-Raphson truyền thống. Trong đó, mô-đun điện áp thấp nhất của hai phương pháp đều tại nút 30 (0,947455271 pu với mô hình SOCP và 0,947455265 pu với phương pháp NR). Đồng thời, trị số nhỏ nhất của góc pha điện áp của hai phương pháp đều tại nút 19 (-0,1129476^{rad} với mô hình SOCP và -0,1129480^{rad} với phương pháp NR). Sai số lớn nhất về mô-đun điện áp của hai phương pháp là 0,0000327% (tại nút 19). Sai số lớn nhất về góc pha điện áp của hai phương pháp là 0,00184% (tai nút 13). Tuy nhiện, sai số này là không đáng kể và có thể bỏ qua hoàn toàn trong thực tiễn.

TNU Jour	nal of Scien	ice and Tec	hnology
----------	--------------	-------------	---------

229(10): 456 - 466

	Bang 12. So sanh dien ap nut giua phuong phap de xuat va Newton-Raphson								
Nút		<i>V</i> (pu)		$\delta(\mathbf{rad})$					
I ut -	SOCP	NR	Sai số (%)	SOCP	NR	Sai số (%)			
1	1,050000000	1,050000000	0	0	0	0			
2	1,050000000	1,050000000	0	-0,0295365	-0,0295366	0,00021			
3	1,014637965	1,014637764	0,0000198	-0,0530730	-0,0530731	0,00021			
4	1,008960356	1,008960124	0,0000230	-0,0630588	-0,0630590	0,00025			
5	1,010953609	1,010953462	0,0000146	-0,0689001	-0,0689002	0,00018			
6	0,999339302	0,999339028	0,0000274	-0,0770500	-0,0770502	0,00025			
7	0,981638920	0,981638669	0,0000256	-0,0907106	-0,0907107	0,00018			
8	0,982280388	0,982280095	0,0000298	-0,0941090	-0,0941092	0,00021			
9	1,008100739	1,008100524	0,0000213	-0,0815704	-0,0815708	0,00040			
10	1,012698129	1,012697993	0,0000134	-0,0839071	-0,0839075	0,00047			
11	1,008100739	1,008100524	0,0000213	-0,0815704	-0,0815708	0,00040			
12	1,011637929	1,011637808	0,0000120	-0,0613774	-0,0613778	0,00054			
13	1,050000000	1,050000000	0	0,0177849	0,0177846	0,00184			
14	0,986198890	0,986198747	0,0000145	-0,0802290	-0,0802294	0,00045			
15	0,997564284	0,997564132	0,0000152	-0,0802201	-0,0802205	0,00047			
16	0,996983014	0,996982849	0,0000166	-0,0814204	-0,0814207	0,00045			
17	0,997799599	0,997799427	0,0000172	-0,0909667	-0,0909671	0,00043			
18	0,967405809	0,967405534	0,0000284	-0,1042482	-0,1042486	0,00037			
19	0,959802922	0,959802608	0,0000327	-0,1129476	-0,1129480	0,00036			
20	0,970449159	0,970448867	0,0000301	-0,1071878	-0,1071882	0,00038			
21	1,035570181	1,035570115	0,0000064	-0,0765087	-0,0765092	0,00061			
22	1,050000000	1,050000000	0	-0,0703503	-0,0703508	0,00069			
23	1,050000000	1,050000000	0	-0,0636232	-0,0636237	0,00069			
24	1,028904077	1,028904087	0,0000009	-0,0709975	-0,0709979	0,00061			
25	1,031502933	1,031502967	0,0000033	-0,0473103	-0,0473106	0,00068			
26	0,997297899	0,997297968	0,0000069	-0,0626212	-0,0626216	0,00051			
27	1,050000000	1,050000000	0	-0,0235701	-0,0235704	0,00125			
28	1,003250716	1,003250465	0,0000250	-0,0763796	-0,0763798	0,00027			
29	0,988176224	0,988176221	0,0000003	-0,0565594	-0,0565597	0,00050			
30	0,947455271	0,947455265	0,0000006	-0,0799039	-0,0799042	0,00034			

Bảng 12, So	sánh điên ár	n nút giữa	nhương nhán	n đề xuất và	Newton-Raphson
Dang 12.00	sunn uiçn up	, <i>пи зии</i>	phuong phup	ας παι να	newion Raphson

Bảng 13 so sánh kết quả về tổn thất công suất tác dụng và phản kháng của phương pháp đề xuất và phương pháp Newton-Raphson truyền thống đối với lưới điện 30 nút IEEE. Sự khác nhau giữa hai phương pháp về tổn thất công suất tác dụng và phản kháng lần lượt là 0,00088% và 0,00076%. Sự khác nhau này là không đáng kể và được bỏ qua hoàn toàn trong thực tiễn.

· · · · ·	,	· · · ·		
$\mathbf{D}^{2}_{} = 10 \mathbf{C} 1 1 1 1 1 1 1 1$	~, ·~	$1 \sim 1 \sim 1 \sim 4 \sim 1$	` 1 . 1'	
Bang IN NO sann ton that cong	SUNT ONPA	kv thuat lan ap yuat v	a nnirang nnar	η πρωτοη-κατήςοη
Dang 10. 50 Sann ton that cong	Sum Sinn	ny mana ap ac saar i	a phaong phap	remon maphison

	$\Delta P(\mathbf{MW})$	ΔQ (MVAr)
SOCP	9,50214	14,60305
NR	9,50206	14,60294
Sai số (%)	0,00088	0,00076

4. Kết luận

Bài báo này đề xuất phương pháp lặp dựa trên quy hoạch hình nón bậc hai (SOCP) để tính toán chế độ xác lập của lưới điện truyền tải có mạch vòng kín. Mô hình SOCP đề xuất có xét ràng buộc về góc pha điện áp cho lưới điện có mạch vòng kín và có thể được giải sử dụng các bộ giải thương mại. Khác với kỹ thuật lặp để giải hệ phương trình đại số phi tuyến của phương pháp Newton-Raphson truyền thống, phương pháp để xuất là kỹ thuật lặp để giải mô hình tối ưu. Tuy nhiên, mô hình tối ưu có dạng hình nón bậc hai SOCP có thể được giải bằng phương pháp điểm trong với độ phức tạp tính toán tương tự với các bài toán quy hoạch tuyến tính (Linear

Programming – LP) cùng kích cỡ. Các kết quả tính toán cho thấy phương pháp lặp đề xuất có sai số rất nhỏ so với phương pháp Newton-Raphson chuẩn và sai số này hoàn toàn có thể được bỏ qua trong các áp dụng thực tế. Bên cạnh đó, mô hình nón bậc hai đề xuất không chỉ giới hạn ở bài toán phân tích trào lưu công suất. Trên thực tế, mô hình nón bậc hai đề xuất có thể được sử dụng để mô hình các bài toán tối ưu hóa hệ thống điện như trào lưu công suất tối ưu (Optimal Power Flow – OPF) với đảm bảo tìm được nghiệm tối ưu toàn cục của khi có tích hợp hệ phương trình cân bằng công suất nút. Trong tương lai, hướng phát triển của nghiên cứu là áp dụng mô hình SOCP nhằm xác định vị trí và công suất tối ưu của thiết bị bù ngang trong lưới điện truyền tải.

TÀI LIỆU THAM KHẢO/ REFERENCES

- A. F. Glimn and G. W. Stagg, "Automatic Calculation of Load Flows," *Trans. Am. Inst. Electr. Eng. Part III Power Appar. Syst.*, vol. 76, no. 3, pp. 817–825, Apr. 1957, doi: 10.1109/AIEEPAS. 1957.4499665.
- [2] W. F. Tinney and C. E. Hart, "Power Flow Solution by Newton's Method," *IEEE Trans. Power Appar. Syst.*, vol. PAS-86, no. 11, pp. 1449–1460, Oct. 1967, doi: 10.1109/TPAS.1967.291823.
- [3] S. C. Tripathy, G. D. Prasad, O. P. Malik, and G. S. Hope, "Load-Flow Solutions for Ill-Conditioned Power Systems by a Newton-Like Method," *IEEE Trans. Power Appar. Syst.*, vol. PAS-101, no. 10, pp. 3648–3657, Oct. 1982, doi: 10.1109/TPAS.1982.317050.
- [4] B. Stott and O. Alsac, "Fast Decoupled Load Flow," *IEEE Trans. Power Appar. Syst.*, vol. PAS-93, no. 3, pp. 859–869, May 1974, doi: 10.1109/TPAS.1974.293985.
- [5] Z. Yang, K. Xie, J. Yu, H. Zhong, N. Zhang, and Q. Xia, "A General Formulation of Linear Power Flow Models: Basic Theory and Error Analysis," *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 34, no. 2, pp. 1315– 1324, Mar. 2019, doi: 10.1109/TPWRS.2018.2871182.
- [6] K. Purchala, L. Meeus, D. V. Dommelen, and R. Belmans, "Usefulness of DC power flow for active power flow analysis," in *IEEE Power Engineering Society General Meeting*, vol. 1, pp. 454-459, Jun. 2005, doi: 10.1109/PES.2005.1489581.
- [7] T. A. Nguyen, M. Q. Dam, and N. V. Pham, "Mixed-integer linear programming-based transmission network expansion planning considering power loss," *TNU J. Sci. Technol.*, vol. 228, no. 10, pp. 389– 397, Jul. 2023, doi: 10.34238/tnu-jst.8196.
- [8] S. H. Low, "Convex Relaxation of Optimal Power Flow—Part I: Formulations and Equivalence," *IEEE Trans. Control Netw. Syst.*, vol. 1, no. 1, pp. 15–27, Mar. 2014, doi: 10.1109/TCNS.2014. 2309732.
- [9] B. Cui and X. A. Sun, "A New Voltage Stability-Constrained Optimal Power-Flow Model: Sufficient Condition, SOCP Representation, and Relaxation," *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 33, no. 5, pp. 5092– 5102, Sep. 2018, doi: 10.1109/TPWRS.2018.2801286.
- [10] D. G. Ha, T. Le, and N. V. Pham, "Using second-order cone programming for power flow analysis considering ZIP load model in power distribution systems," *TNU J. Sci. Technol.*, vol. 228, no. 02, pp. 184–192, Jan. 2023, doi: 10.34238/tnu-jst.6915.
- [11] T. T. Nguyen, N. V. Pham, Q. M. Nguyen, and T. H. T. Nguyen, "Optimal size and location of SVC devices considering voltage stability constraints: a mixed-integer nonlinear programming approach," *TNU J. Sci. Technol.*, vol. 228, no. 14, pp. 3–16, Sep. 2023, doi: 10.34238/tnu-jst.8264.
- [12] R. W. Ferrero, S. M. Shahidehpour, and V. C. Ramesh, "Transaction analysis in deregulated power systems using game theory," *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 12, no. 3, pp. 1340–1347, Aug. 1997, doi: 10.1109/59.630479.
- [13] POWERWORLD Corporation, "PowerWorld User's Manual," Jul. 11, 2023. [Online]. Available: https://www.powerworld.com/ [Accessed Jan. 30, 2024].
- [14] GAMS Development Corp., "GAMS Documentation 46," Feb. 17, 2024. [Online]. Available: https://www.gams.com. [Accessed Feb. 25, 2024].