

MÔ HÌNH CHÍNH ÁP WBAR VÀ KHẢ NĂNG ỨNG DỤNG VÀO DỰ BÁO QUỶ ĐẠO BÃO KHU VỰC TÂY BẮC THÁI BÌNH DƯƠNG VÀ BIỂN ĐÔNG

TS. Phan Văn Tân, PGS.TSKH. Kiều Thị Xin, KS. Nguyễn Văn Sáng
Đại học quốc gia, Hà Nội

1. Mở đầu

Xoáy thuận nhiệt đới (XTNĐ) nói chung, và bão nói riêng, là hiện tượng thiên tai gây nên những thiệt hại đáng kể về người và của ở những nơi mà nó đi qua. Chẳng hạn, cơn bão lịch sử nổi tiếng ở Bangladesh năm 1970 đã làm cho gần 300.000 người chết; cơn bão Andrew đổ bộ vào đông nam nước Mỹ đã gây thiệt hại 26,5 tỷ USD [7]; cơn bão Linda năm 1997 bất ngờ đổ bộ vào cực nam nước ta đã để lại những dấu ấn khó quên về sự tàn phá của nó;... Người ta đã thống kê được rằng những mất mát tài sản do bão gây ra vượt gấp 4 lần so với động đất. Chính vì vậy, bài toán dự báo bão đã, đang và sẽ còn là vấn đề mang tính toàn cầu. Nhiều trung tâm dự báo và cảnh báo bão đã được thành lập và không ngừng nghiên cứu xây dựng các phương pháp khác nhau nhằm nâng cao hiệu quả dự báo.

Từ những năm 1950 người ta đã cố gắng xây dựng các mô hình động lực đầu tiên dự báo quỹ đạo XTNĐ [3]. Tuy nhiên, do sự hạn chế của máy tính, nên hầu như tất cả các mô hình này đều là những mô hình chính áp đơn giản. Vào những năm 1960 các mô hình số trị đã được áp dụng cho mục đích dự báo nghiệp vụ XTNĐ. Các mô hình dự báo nghiệp vụ XTNĐ trong giai đoạn này thường chú trọng cơ bản đến quỹ đạo bão. Mô hình dự báo XTNĐ đầu tiên được đưa vào nghiệp vụ là mô hình xoáy chính áp SANBAR [4].

Mô hình SANBAR được ứng dụng nghiệp vụ ở NHC (National Hurricane Center) cho đến năm 1989. Tiếp đó là mô hình VICBAR (Vic Ooyama Barotropic model) được đưa vào nghiệp vụ dự báo bão cho vùng biển Bắc Đại Tây Dương [5]. VICBAR là hệ thống phân tích và dự báo chính áp nhiều lưới dựa trên cơ sở áp dụng kỹ thuật phổ biến diễn sai phân hữu hạn (Spectral application of finite-element representation – SAFER) và được ứng dụng dự báo nghiệp vụ trong những năm 1989 ÷ 1992 [1]. LBAR (Limited area sine transform barotropic) là mô hình chính áp hai chiều dự báo quỹ đạo dựa trên việc giải hệ phương trình nước nông. Điều kiện ban đầu và điều kiện biên cho mô hình là các trường gió và độ cao trung bình thẳng đứng DLM (Deep Layer Mean) từ 850 ÷ 200 hPa của mô hình toàn cầu MRF ((Medium Range Forecast) của NCEP (National Centers for Environmental Prediction). Mô hình LBAR dựa trên cơ sở VICBAR và được phát triển như là một phiên bản nghiệp vụ đầy đủ của VICBAR, nhưng đã sử dụng phương pháp giải số khác đơn giản hơn (khai triển chuỗi sin điều hoà thay cho B-splines bậc ba). Mặc dù đã được đơn giản hoá, chất lượng dự báo quỹ đạo của LBAR cũng có thể sánh ngang với VICBAR, thậm chí tốt hơn. Cũng trên cơ sở ý tưởng của VICBAR, Weber [11] đã phát triển mô hình này thành phiên bản mới là WBAR. WBAR đã được chạy kiểm nghiệm trên 167 trường hợp bão cho mùa bão Đại Tây Dương năm 1996. Chi tiết về mô hình này và khả năng ứng dụng để dự báo quỹ đạo bão cho vùng Tây Bắc Thái Bình Dương và biển Đông sẽ được đề cập trong bài này.

Ngoài việc có thể chạy được trên các máy tính nhỏ, thời gian tính không đáng kể, so với những mô hình tà áp phức tạp khác, với hạn dự báo 48h nhiều khi các mô

hình chính áp vẫn cho kết quả dự báo tốt không kém, thậm chí tốt hơn. Những trường hợp mà dự báo theo mô hình chính áp cho kết quả tốt hơn thường là những trường hợp trong đó XTNĐ hình thành ở các vùng vĩ độ thấp và gió ngang môi trường ít biến động theo chiều thẳng đứng.

2. Hệ phương trình cơ bản, điều kiện ban đầu và điều kiện biên

a. Hệ phương trình cơ bản

Mô hình dự báo quỹ đạo WBAR dựa trên cơ sở giải hệ phương trình nước nông viết trong hệ tọa độ địa lý sau đây:

$$\frac{\partial U}{\partial t} = \eta V - \frac{1}{a \cos \varphi} \frac{\partial E}{\partial \lambda} \quad (2.1)$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} = -\eta U - \frac{1}{a} \frac{\partial E}{\partial \varphi} \quad (2.2)$$

$$\frac{\partial h}{\partial t} = -\frac{1}{a \cos \varphi} \left[\frac{\partial}{\partial \lambda} (hU) + \cos \varphi \frac{\partial}{\partial \varphi} (hV) - hV \sin \varphi \right] \quad (2.3)$$

trong đó t là thời gian; h là độ cao địa thế vị; a là bán kính trái đất; U, V tương ứng là các thành phần vĩ hướng và kinh hướng của vectơ vận tốc gió; φ, λ tương ứng là vĩ độ và kinh độ địa lý (đo bằng radian); E là tổng động năng và thế năng và η là xoáy tuyệt đối, được xác định bởi:

$$E = gh + \frac{1}{2}(U^2 + V^2) \quad (2.4)$$

$$\eta = \frac{1}{a \cos \varphi} \left[\frac{\partial V}{\partial \lambda} + \cos \varphi \frac{\partial U}{\partial \varphi} + U \sin \varphi \right] + 2\Omega \sin \varphi \quad (2.5)$$

trong đó Ω là tần số quay của trái đất và g là gia tốc trọng trường. Tất cả các phương trình trên được rời rạc hoá bằng phương pháp sai phân hữu hạn với độ chính xác bậc hai, kích thước lưới ngang $\Delta\lambda$ và $\Delta\varphi$ bằng $0,50^\circ$. Hệ các phương trình trên được tích phân khi sử dụng các trường phân tích (tại thời điểm t_0) và các trường dự báo (tại $t_0+12, t_0+24, \dots, t_0+72h$) của mô hình toàn cầu đã ban đầu hoá làm điều kiện ban đầu và điều kiện biên phụ thuộc thời gian. Ban đầu hoá là quá trình phân tích xác định lại các thành phần gió của trường phân tích và dự báo toàn cầu, xây dựng xoáy nhân tạo trên cơ sở những thông tin bổ sung từ tập số liệu chỉ thị bão (TC-Advisories), loại bỏ xoáy có cường độ yếu, sai lệch vị trí trong trường phân tích và thay vào đó một xoáy nhân tạo (xoáy nhân tạo chỉ được cài vào các trường phân tích). Chi tiết về kỹ thuật ban đầu hoá được trình bày trong [8].

Trong quá trình tích phân theo thời gian, trường độ cao địa thế vị được tính thông qua phương trình phân kỳ phi tuyến không có thành phần xu thế. Trong hệ tọa độ địa lý phương trình này có dạng:

$$ga^2 \cos^2 \varphi \nabla^2 h = -U \frac{\partial^2 U}{\partial \lambda^2} - V \cos^2 \varphi \frac{\partial^2 V}{\partial \varphi^2} - \cos \varphi \left[V \frac{\partial^2 U}{\partial \lambda \partial \varphi} + U \frac{\partial^2 V}{\partial \lambda \partial \varphi} \right] - \frac{\partial U}{\partial \lambda} \left[\frac{\partial U}{\partial \lambda} - V \sin \varphi \right] - \frac{\partial V}{\partial \lambda} \left[2 \cos \varphi \frac{\partial U}{\partial \varphi} - U \sin \varphi - fa \cos \varphi \right] - \quad (2.6)$$

$$-\cos\varphi \frac{\partial U}{\partial\varphi} [2U \sin\varphi + fa \cos\varphi] - \cos\varphi \frac{\partial V}{\partial\varphi} \left[\cos\varphi \frac{\partial V}{\partial\varphi} - V \sin\varphi \right] -$$

$$- aU \cos\varphi \left[\frac{U \cos\varphi}{a} - f \sin\varphi + \cos\varphi \frac{\partial f}{\partial\varphi} \right]$$

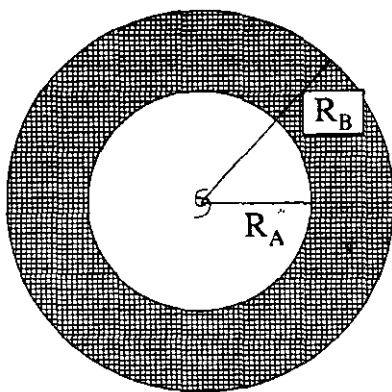
trong đó $f = 2\Omega \sin\varphi$.

b. Điều kiện biên và tích phân thời gian

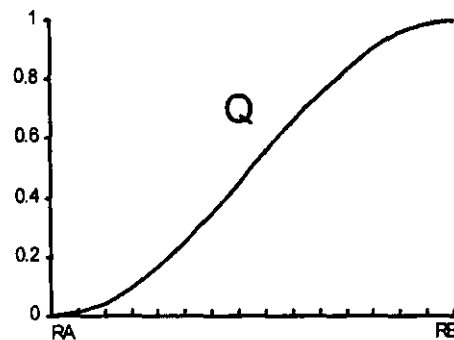
Hệ các phương trình (2.1)-(2.3) được tích phân theo thời gian trên một miền hình tròn bán kính R_B có tâm là tâm xoáy ban đầu, với bước thời gian được xác định tự động theo tiêu chuẩn CFL (Courant-Friedrich-Levy). Hai bước tích phân đầu tiên được thực hiện theo sơ đồ sai phân Euler tiến và Adams-Bashforth bậc ba, tất cả các bước tích phân tiếp theo được thực hiện theo sơ đồ Adams-Bashforth bậc ba. Tại mọi thời điểm tích phân $t \in (t_0; t_0+72h)$ các giá trị biên được tính từ các trường dự báo của mô hình toàn cầu bằng phương pháp nội suy hữu tỷ một chiều (One dimensional rational interpolation). Sau mỗi bước thời gian tích phân, điều kiện biên được cập nhật bởi công thức:

$$(U, V, h) = \begin{cases} (U, V, h)^{\text{old}} & \text{khi } r < R_A \\ (U, V, h)^{\text{old}} (1 - Q) + Q((U, V, h)^B) & \text{khi } R_A \leq r \leq R_B \end{cases} \quad (2.7)$$

trong đó $Q = 0,5(1 - \cos(\pi S))$, $S = (r - R_A)/(R_B - R_A)$, r - khoảng cách bán kính tính từ tâm, R_B - bán kính hiệu chỉnh. Chỉ số "old" ám chỉ giá trị trường vừa tính, "B" ám chỉ trường điều kiện biên. Hình 1 dẫn ra miền cập nhật biên và hệ số hiệu chỉnh Q như là hàm của khoảng cách bán kính r .



a)



b)

Hình 1. Miền cập nhật biên (hình vành khuyên) (a) và hệ số hiệu chỉnh Q như là hàm của bán kính r (b)

Sau mỗi bước thời gian tích phân vị trí tâm mới dự báo được xác định lại theo cực đại hoặc cực tiểu của xoáy tương đối tùy thuộc vào xoáy nằm ở bắc bán cầu hay nam bán cầu. Việc tìm tâm được thực hiện bằng phương pháp Downhill [8]. Sau từng giờ một, các trường U, V, h được làm trơn để loại bỏ những sóng có bước sóng ngắn hơn hai lần bước lưới tích phân.

3. Kết quả thử nghiệm áp dụng WBAR vào dự báo quỹ đạo bão trên biển Đông và Tây Bắc Thái Bình Dương

Để thử nghiệm áp dụng mô hình WBAR cho khu vực biển Đông và Tây Bắc Thái Bình Dương, trên cơ sở những số liệu có thể có, chúng tôi đã chọn một số cơn bão trong năm 2000 và 2001. Những thông tin về các cơn bão này được khai thác từ UNISYS.

1) Bão WUKONG: Phát báo ngày 05-IX-2000. Lúc đầu là một tâm thấp trên biển Đông, sau đó mạnh lên thành bão và tiến thẳng theo hướng tây rồi đổ bộ vào khu vực Hà Tĩnh ngày 10-IX-2000.

2) Bão SAOMAI: Phát báo ngày 03-IX-2000. Xuất hiện ở khoảng 15°N , 154°E . Lúc đầu di chuyển theo hướng tây nhưng sau đó đổi thành hướng tây bắc, khi đến gần bờ biển Hoa Đông thì lại đổi về gần như hướng bắc và đi qua vùng đông nam bán đảo Triều Tiên. Bão SAOMAI tan vào ngày 16-IX-2000.

3) Bão JELEWAT: Vị trí xuất hiện có kinh độ gần với bão SAOMAI nhưng vĩ độ dịch về phía bắc, khoảng 22°N . Bão JELEWAT được phát báo ngày 01-VIII-2000, có quỹ đạo hầu như theo hướng tây tây bắc, đổ bộ vào Trung Quốc và tan vào ngày 11-VIII-2000.

4) Bão DURIAN: Xuất hiện trên biển Đông, có quỹ đạo gần với hướng tây bắc, phát báo ngày 29-VI-2001, đi qua bán đảo Lôi Châu (Trung Quốc) sau đó suy yếu dần và tan vào ngày 02-VII-2001.

a. Số liệu và các miền tính

Cho mỗi lần chạy dự báo cần có:

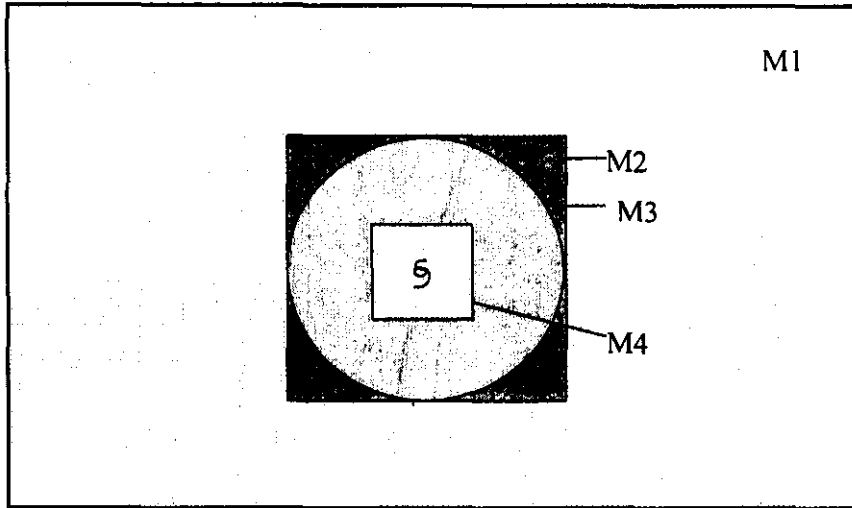
- 8 tập số liệu gió (U , V) và độ cao địa thế vị (h) phân tích và dự báo toàn cầu trên các mực 850, 700, 500, 300 và 200 mb, tại các thời điểm t_0 (thời điểm tích phân phương trình dự báo), $t_0-12\text{h}$, t_0+12 , t_0+24, \dots , $t_0+72\text{h}$. Các tập số liệu này là sản phẩm của mô hình toàn cầu GME, được cung cấp bởi DWD. Số liệu được cho trên lưới kinh vĩ có độ phân giải $0,75^{\circ}\times 0,75^{\circ}$.

- 2 tập số liệu chỉ thị bão (TC-Advisories) tại các thời điểm t_0 và t_0-12 , bao gồm các thông tin về toạ độ tâm bão (được xác định từ số liệu thám sát hoặc từ ảnh mây vệ tinh), bán kính tốc độ gió tiếp tuyến cực đại, bán kính đường đẳng áp khép kín ngoài cùng (từ đây gọi là bán kính ảnh hưởng), tốc độ gió cực đại, hướng và tốc độ dịch chuyển.

Các miền tính của mô hình được mô tả trên hình 2, trong đó miền M1 có kích thước từ 30°E ÷ 180°E và từ 27°S ÷ $67,5^{\circ}\text{N}$, chứa số liệu phân tích/dự báo toàn cầu; miền M2 có kích thước $6750\text{km} \times 6750\text{km}$ là miền phân tích của mô hình; miền M3 là một hình tròn phủ vừa khít miền M2, có tâm là tâm xoáy bão, được sử dụng để phân tích phương vị; miền M4 là một hình vuông kích thước $18^{\circ}\times 18^{\circ}$, có tâm là tâm xoáy bão, được sử dụng trong quá trình tách trường môi trường qui mô lớn.

b. Kết quả dự báo và nhận xét

Trên cơ sở số liệu thực có đã chọn các thời điểm dự báo cho những cơn bão nói trên như sau: 1) Bão WUKONG: $t_0=00\text{UTC}$ 08-IX-2000; 2) Bão SAOMAI: $t_0=00\text{UTC}$ 08-IX-2000; 3) Bão JELEWAT: $t_0=00\text{UTC}$ 05-VIII-2000; 4) Bão DURIAN $t_0=00\text{UTC}$ 30-VI-2001.



Hình 2. Sơ đồ mô tả các miền tính khi sử dụng sản phẩm của mô hình toàn cầu GME (M1- lưới kinh vĩ, $150^{\circ} \times 94,5^{\circ}$, $0,75^{\circ} \times 0,75^{\circ}$; M2 - lưới vuông (Đê-cac), $6750 \times 6750 \text{km}$, $75 \times 75 \text{km}$; M3- lưới tròn (cực); M4 - lưới kinh vĩ, $18^{\circ} \times 18^{\circ}$, $0,75^{\circ} \times 0,75^{\circ}$)

Với mục đích khảo sát các khả năng khai thác số liệu toàn cầu, việc tính toán dự báo được thực hiện cho các trường hợp: 1) Trường độ dày trung bình lớp DLM (Deep Layer Mean) theo các mực 850, 700, 500, 300 và 200mb; 2) Trường mực đơn 700mb và 3) Trường mực đơn 500mb. Thời hạn dự báo là 72h. Quỹ đạo dự báo cho các trường hợp này được dẫn ra trên hình 3. Sai số vị trí của quỹ đạo dự báo so với “quỹ đạo tốt nhất” (best track) được dẫn ra trong bảng 1 (Sai số vị trí là khoảng cách trên bề mặt trái đất giữa toạ độ tâm bão theo “quỹ đạo tốt nhất” và toạ độ tâm bão dự báo), trong đó cột cuối cùng là sai số vị trí của mô hình WBAR tính cho 167 trường hợp bão trên Đại Tây Dương năm 1996.

Từ bảng 1 có thể nhận thấy rằng, nói chung sai số vị trí của dự báo khi sử dụng trường DLM khá nhỏ so với các trường mực đơn 700 và 500 mb. Với hạn dự báo 48h, có những trường hợp dự báo theo DLM cho kết quả rất tốt, như trường hợp bão WUKONG và bão JELEWAT. Riêng bão SAOMAI, dự báo theo trường 500 mb lại cho kết quả tốt hơn so với trường DLM và trường 700mb. Khi sử dụng trường DLM, ngoại trừ bão SAOMAI cho sai số quá lớn, tất cả các cơn bão khác đều có sai số dự báo nhỏ hơn sai số WBAR. Tính trung bình, trừ dự báo 72h, các sai số dự báo đến 60h vẫn có giá trị nhỏ hơn sai số WBAR. Đối với các trường mực đơn, trừ bão WUKONG, sai số vị trí khi sử dụng trường 500mb đều nhỏ hơn so với trường 700mb. Sai số trung bình đối với trường 500mb cũng có thể so sánh ngang bằng với sai số của WBAR, trong khi trường 700mb lại cho sai số trung bình lớn hơn đáng kể.

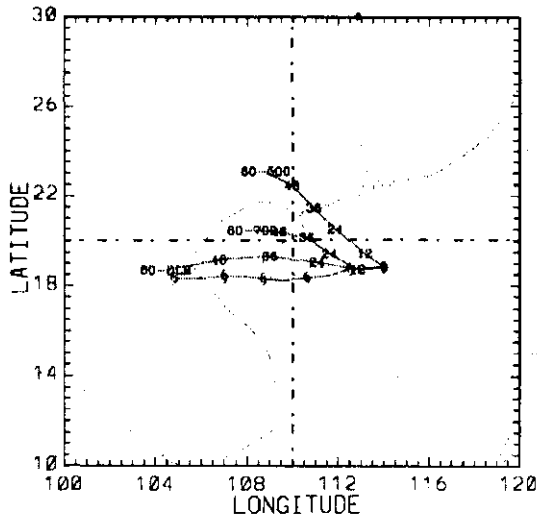
Tóm lại, qua một số trường hợp thử nghiệm có thể nhận thấy:

1) Trong đa số trường hợp, kết quả dự báo theo trường độ dày trung bình lớp (DLM) tốt hơn nhiều so với khi sử dụng trường mực đơn (500, 700mb). Tuy nhiên, cũng có những trường hợp ngược lại. Với sai số vị trí của quỹ đạo dự báo tương đối nhỏ, sản phẩm dự báo của mô hình có thể được sử dụng như là một nguồn thông tin bổ sung cho các dự báo viên trong nghiệp vụ dự báo quỹ đạo bão.

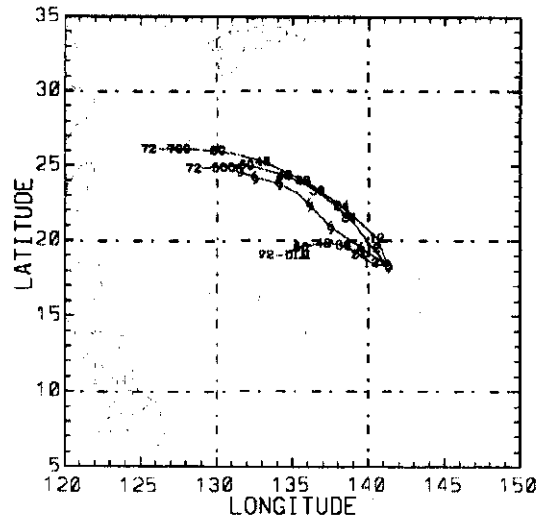
Bảng 1. Sai số vị trí của quỹ đạo dự báo so với “quỹ đạo tốt nhất” (km)

Mức	Hạn DB(h)	WUKONG	SAOMAI	JELEWAT	DURIAN	Trung bình	WBAR- ĐTD
DLM	+12	37	127	11	11	50	78
	+24	91	280	2	54	112	129
	+36	116	377	11	140	176	184
	+48	86	534	45	137	238	235
	+60	56	603	128	192	307	295
	+72		699	292	163	384	360
500	+12	103	81	60	33	58	
	+24	275	143	132	161	145	
	+36	420	117	194	292	201	
	+48	545	74	235	394	234	
	+60	675	108	239	466	271	
	+72		193	303	407	301	
700	+12	33	134	70	119	108	
	+24	159	174	166	337	226	
	+36	282	189	257	579	342	
	+48	335	197	385	767	450	
	+60	431	322	494	893	570	
	+72		514	625	949	696	

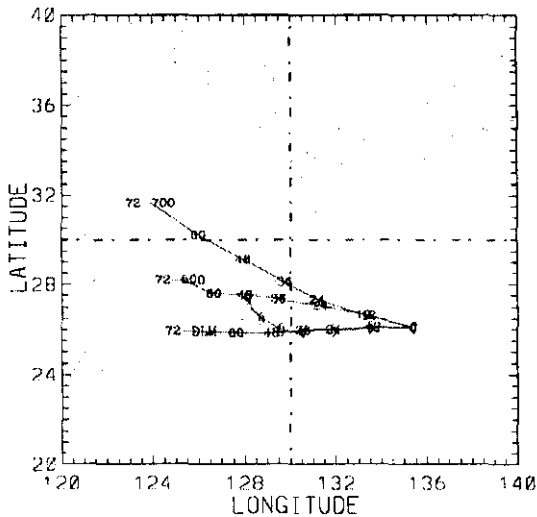
2) Trong điều kiện hiện nay, khi mà nguồn số liệu sản phẩm phân tích và dự báo của mô hình toàn cầu GME (hoặc các mô hình khác), ảnh mây vệ tinh và các sản phẩm dự báo khác luôn sẵn có, có thể cung cấp số liệu ban đầu cũng như thông tin về chỉ thị bão (TC-Advisories) cho mô hình một cách thường xuyên và đầy đủ, có thể phát triển mô hình để đưa vào chạy dự báo thời gian thực (real-time).



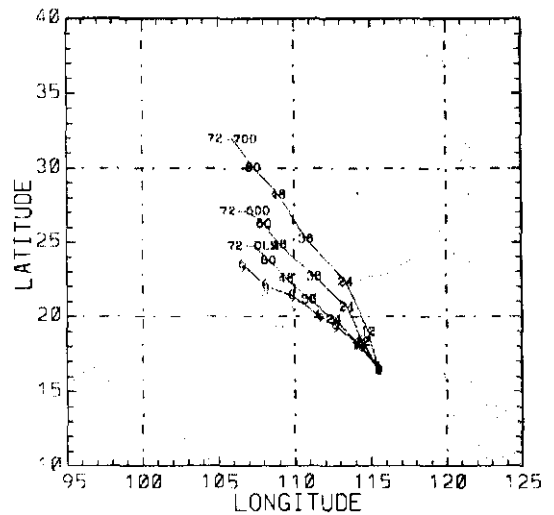
a) WUKONG



b) SAOMAI



c) JELEWAT



d) DURIAN

Hình 3. Quĩ đạo dự báo và “quĩ đạo tốt nhất” (Best-track).

Đường có ký hiệu xoáy bão là “quĩ đạo tốt nhất”, đường có ký hiệu bằng số là quĩ đạo dự báo tính theo trường độ dày trung bình lớp (DLM), trường 500 mb (500) và trường 700 mb (700). Các điểm có ký hiệu ứng với vị trí tâm bão.

3) Để có thể đưa mô hình vào dự báo nghiệp vụ cần phải có những nghiên cứu sâu hơn về mối quan hệ giữa các thông tin trong tập số liệu chỉ thị bão với các nguồn thông tin khác, trên cơ sở đó thiết lập được những hệ thức giải tích mang tính khách quan, nhằm xoá bỏ nhân tố chủ quan trong việc lựa chọn và tạo lập tập số liệu này. Mặt khác, cần tiến hành thử nghiệm mô hình trên nhiều trường hợp khác nhau, chẳng hạn nguồn gốc phát sinh bão, khu vực bão hoạt động (nhân tố vĩ độ địa lý), cường độ bão, dạng quĩ đạo của bão,... trên cơ sở đó xác định các tùy chọn (Options) cho mô hình một cách hợp lý.

4) Về mặt lý thuyết, tốc độ trôi và hướng trôi của bão được tính toán theo mô hình về cơ bản dựa trên khái niệm dòng dẫn đường (steering flow), do đó trong những trường hợp bão yếu, đổi hướng di chuyển hoặc có sự tương tác xoáy-xoáy, xoáy-rãnh thấp,... sai số dự báo có thể lớn.

Tài liệu tham khảo

1. Aberson S. D., and DeMaria M., 1994. Verification of a nested barotropic hurricane track forecast model (VICBAR). -*Mon. Wea. Rev.*, 122, 2804-2815.
2. Davidson, N. E., and H. C. Weber, 2000. The BMRC high-resolution tropical cyclone prediction system.- TC-LAPS. *Mon. Wea. Rev.*, 128, 1245-1265.
3. DeMaria M., 1985. Tropical Cyclone Motion in a Nondivergent Barotropic Model.- *Mon. Wea. Rev.*, 113, 1199-1210.
4. DeMaria M., 1987. Tropical cyclone track prediction with a barotropic spectral model. *Mon. Wea. Rev.*, 115, 2346-2357.
5. DeMaria M., Aberson S. D., and Ooyama K. V., 1992. A nest spectral model for hurricane track forecasting.- *Mon. Wea. Rev.*, 120, 1628-1643.
6. Holland G. J., 1983. Tropical cyclone motion. Environmental Interaction plus a

(Xem tiếp trang 50)

Kết quả đối chiếu cho thấy phương pháp NSSTT đã nêu trên cho kết quả có thể nói là tốt.

4. Kết luận

Hiện nay trong việc nghiên cứu và ứng dụng các mô hình DBST của các nước và của các trung tâm khác nhau, ta nhận thấy mỗi nước có thể sử dụng lưới với hình dạng và độ phân giải khác nhau. Khi cần trao đổi số liệu, phương pháp NSSTT cho phép chuyển đổi một cách đáng tin cậy với sự bảo toàn hình thể vật lý cũng như hình dạng của các đường đẳng trị. NSSTT trước hết là phương pháp sử dụng trong mô hình số trị, khi có sự thay đổi hệ trục tọa độ. Ngoài ra nó cũng có ứng dụng trong các lĩnh vực khác./.

Tài liệu tham khảo

1. Documentation of the UB/NMC (University of Belgrade and National Meteorological Centre , Washington) ETA MODEL. Lazar Lazic, Bosko Talenta - 1990. University of Belgrade , Federal Hydrometeorological Institute (Yugoslavia).

(tiếp theo trang 33)

- Bete effect. *J. Atmos. Sci.*, 40, 328-341.
7. Landsea C. W. Climate Variability of Tropical Cyclones: Past, Present and Future.- *Climate variability of tropical cyclones: Past, Present and Future. Storms, 2000* edited by R. A. Pielke, Sr. and R. A Pielke, Jr, Routledge, New York, 220-241.
 8. Phan Văn Tân, Kiều Thị Xin, Nguyễn Văn Sáng, Nguyễn Văn Hiệp, 2002. Kỹ thuật phân tích xoáy tạo trường ban đầu cho mô hình chính áp dự báo quỹ đạo bão.- *Tạp chí KTTV*, 1(493), 2002, tr. 13-22.
 9. Reeder M. J., Smith R. K., and Lord S. J., 1991. The detection of flow asymmetries in the tropical cyclone environment.- *Mon. Wea. Rev.*, 119, 848-854.
 10. Smith, R. K., and W. Ulrich, 1990. An analytical theory of tropical cyclone motion using a barotropic model. *J. Atmos. Sci.*, 47, 1973-1986.
 11. Weber, H. C., 2001. Hurricane track prediction with a new barotropic model. *Mon. Wea. Rev.*, 129, 1834-1858.
 12. Weber, H. C., and R. K. Smith, 1995. Data sparsity and the tropical cyclone analysis and prediction problem: some simulation experiments with a barotropic model. *Quart. J. Roy. Met. Soc.*, 121, 631-654.