

*Tuyển tập công trình Hội nghị Cơ học toàn quốc
Kỷ niệm 30 năm Viện cơ học và 30 năm tạp chí cơ học
Hà Nội, ngày 8-9/4/2009.*

Một số vấn đề của Cơ học Công trình trong tình trạng biến đổi khí hậu

Nguyễn Văn Phú, Lê Ngọc Hồng, Lê Ngọc Thạch, Trần Văn Liên

Bộ Môn Sức bền Vật liệu – Trường Đại học Xây dựng

Tóm tắt: Biến đổi khí hậu ảnh hưởng đến nhiều mặt của cuộc sống loài người. Các tổ chức quốc tế và các quốc gia đã đề ra nhiều chủ trương và biện pháp để ứng phó và thích nghi với biến đổi khí hậu.

Trong báo cáo này, các tác giả trình bày một số vấn đề của cơ học công trình (structural mechanic) trong tình trạng biến đổi khí hậu. Cụ thể là:

- **Ảnh hưởng của biến đổi khí hậu đến tính toán công trình.** Do biến đổi khí hậu, các tham số kết cấu: tải trọng, vật liệu, hình học là các đại lượng mờ (không xác định, mờ hồ, thiếu thông tin, không theo các quy luật thống kê quen thuộc), dẫn đến việc phân tích kết cấu phải thay đổi. Hai mô hình: Tải trọng là một đại lượng mờ và tải trọng xác định mờ trên một đoạn, đã được đề xuất.
- **Phân tích kết cấu trong điều kiện biến đổi khí hậu.** Đề xuất một thuật toán mới, để phân tích kết cấu có chia đồng thời các tham số xác định, ngẫu nhiên và mờ. Chuyển dần vào mờ về một tập hợp đầu vào xác định, tính toán kết cấu theo các chương trình quen thuộc, xử lý đầu ra mờ bằng phương pháp giao thoa mờ rộng.
- **Đánh giá an toàn công trình trong điều kiện biến đổi khí hậu.** Thế nào là an toàn công trình trong điều kiện biến đổi khí hậu và phương pháp tính độ tin cậy mờ.
- **Bài toán chẩn đoán kỹ thuật công trình hiện hữa trong điều kiện biến đổi khí hậu.** Là bài toán nhận dạng với thông tin mờ, dẫn đến giải bài toán cực trị mờ bằng cách giải một loạt bài toán cực trị xác định.
- **Biện pháp công trình nhằm phòng và giảm nhẹ thiên tai trong điều kiện biến đổi khí hậu.** Do biến đổi khí hậu, tải trọng thay đổi bất thường về cường độ, tần suất và phân bố theo thời gian. Các bài toán sau được đặt ra và đề xuất cách giải.
 - + **Khả năng sự cố công trình và đánh giá thiệt hại do sự cố gây ra để chấp nhận hay không chấp nhận phương án xây dựng.**
 - + **Đánh giá khả năng không sụp đổ của công trình (bài toán cân bằng giới hạn) trong điều kiện thông tin mờ bằng cách giải bài toán cực trị mờ.**

Các kết quả trên đây có thể dùng để phân tích, đánh giá cho một hệ thống mờ bất kì. Trên đây là một số kết quả mới của cán bộ Bộ môn Sức bền Vật liệu Trường Đại học Xây Dựng thu được trong những năm gần đây. Các kết quả đã công bố chỉ nhắc lại những nét cơ bản. Các kết quả mới sẽ được trình bày chi tiết.

§1. Mở đầu

Biến đổi khí hậu đã và đang ảnh hưởng đến nhiều mặt của con người trên trái đất. Các tổ chức của Liên hiệp quốc và các quốc gia đã đề ra nhiều chủ trương và biện pháp để ứng phó và thích nghi với biến đổi khí hậu.

Công ước khung của Liên hiệp quốc về biến đổi khí hậu đã được thông qua tại hội nghị thượng đỉnh ở Brazil tháng 6 năm 1992, 155 quốc gia trong đó có Việt Nam đã ký công ước[1]. Thực hiện cam kết của mình, chính phủ Việt Nam đã ban hành các chỉ thị và quyết định.

- Chỉ thị số 35/2005CT-TTg ngày 17/10/2005 của Thủ tướng chính phủ về: " Tổ chức thực hiện nghị định thư Kyoto thuộc công ước khung của Liên hiệp quốc về biến đổi khí hậu"
- Quyết định số 47/2007/QĐ-TTg ngày 06/04/2007 của Thủ tướng chính phủ phê duyệt kế hoạch tổ chức thực hiện nghị định thư Kyoto thuộc công ước khung Liên hiệp quốc về biến đổi khí hậu, giai đoạn 2007-2010. Trong quyết định này có danh mục các hoạt động thực hiện nghị định thư Kyoto về biến đổi khí hậu nhằm đẩy mạnh các hoạt động khoa học đã nêu:
 - + “ Điều tra cơ bản tình hình biến đổi khí hậu” (mục 11)
 - + “ Nghiên cứu, đánh giá tác động của biến đổi khí hậu, xây dựng các biện pháp ứng phó và thích nghi với biến đổi khí hậu...”(mục 12).
 - + “ Xây dựng và tổ chức các dự án thực hiện công ước khí hậu và nghị định thư Kyoto trong lĩnh vực Xây dựng”(mục 19).

Gần đây Thủ tướng đã cho phép thực hiện một chương trình nghiên cứu dài hạn về biến đổi khí hậu (do Tổng cục khí tượng thủy văn chủ trì). Ban chỉ đạo thực hiện công ước khung của liên hiệp quốc về biến đổi khí hậu và nghị định thư Kyoto đã được thành lập tại Bộ tài nguyên và Môi trường.

Trong báo cáo này, các tác giả xin trình bày một số vấn đề của cơ học công trình trong tình trạng biến đổi khí hậu. Cụ thể là các vấn đề sau:

- Ảnh hưởng của biến đổi khí hậu đến tính toán công trình.
- Phân tích kết cấu trong điều kiện biến đổi khí hậu.
- Đánh giá an toàn công trình trong điều kiện biến đổi khí hậu.
- Bài toán chẩn đoán kĩ thuật công trình hiện hữu trong điều kiện biến đổi khí hậu.
- Biện pháp công trình, nhằm phòng và giảm nhẹ thiên tai trong điều kiện biến đổi khí hậu.

§2. Ảnh hưởng của biến đổi khí hậu đến tính toán công trình

2-1. Hai bài toán cơ bản của cơ học công trình.

Hai bài toán cơ bản của cơ học công trình là: Bài toán thiết kế công trình và bài toán chẩn đoán kĩ thuật công trình.

2-1-1. Bài toán thiết kế công trình:

Cho nhiệm vụ thiết kế, hãy tìm các tham số thiết kế công trình một cách hợp lý nhất.

“ Hợp lý” ở đây được hiểu theo nghĩa rộng, có thể tối ưu theo một hàm mục tiêu nào đó (trọng lượng, giá thành, độ bền đều,...) hoặc chỉ là thỏa mãn các điều kiện đã được quy định trong các tiêu chuẩn thiết kế. Chẳng hạn, các điều kiện trạng thái giới hạn [2].

Như vậy về mặt logic, bài toán thiết kế là bài toán cực trị. Song do tính phức tạp của tính toán công trình, trong thực tế thiết kế người ta không giải trực tiếp bài toán cực trị mà dựa theo kinh nghiệm hoặc dự đoán để đưa ra một kết cấu giả định, sau đó kiểm tra lại sự thỏa mãn tiêu chuẩn.

2-1-2. Bài toán chẩn đoán kĩ thuật.

Công trình đã được xây dựng, hãy đánh giá khả năng phục vụ của nó. Để giải bài toán này, cần các số liệu kiểm tra thực trạng công trình, từ đó dùng một tiêu chuẩn nhận dạng (Identification) nào đó để kiểm tra.

Đa số các tiêu chuẩn “Nhận dạng” đều dựa theo ý tưởng “Sai lệch giữa kết quả lý thuyết và thực nghiệm là bé nhất”, để tìm các tham số chuẩn đoán.

2-2. Về thông tin (số liệu) trong cơ học công trình.

Các tham số tải trọng, vật liệu và hình học đều có mặt trong hai bài toán cơ bản trên.

2-2-1. Tài trọng:

Trong bài toán thiết kế, tải trọng được cho trước trong nhiệm vụ thiết kế. Tài trọng được quy định trong các tiêu chuẩn thiết kế. Chẳng hạn, tải trọng gió ở Việt Nam được quy định theo TCVN 2737-1995. Xác định tải trọng gió lên công trình được tính từ áp lực gió cơ bản của các vùng. Áp lực gió cơ bản của các vùng được xác định từ xử lý thống kê số liệu đo đặc nhiều năm tại vùng đó.

Công cụ toán học để xử lý là lý thuyết xác suất thống kê và quá trình ngẫu nhiên. Hai yếu cầu cơ bản để xử lý thống kê số liệu quan sát, do đặc là đủ số liệu và thỏa mãn các tiêu chuẩn thống kê. Trong khi, biến đổi khí hậu gây ra tình trạng khí hậu cực đoan, biến đổi bất thường, không theo quy luật thống kê quen thuộc trước đây, trên cả ba phương diện: cường độ, tần số và phân bố theo thời gian. Do đó, tác dụng của môi trường lên công trình trong điều kiện biến đổi khí hậu là các đại lượng mờ hay quá trình mờ. Ở đây tính mờ (Fuzzyness) được hiểu theo nghĩa mờ hồ, không xác định, thiếu số liệu [3,4,5,6,...]. Do đó công cụ xác suất thống kê không còn thích hợp.

2-2-2. Vật liệu:

Vật liệu trong công trình xây dựng được xác định theo kết quả thí nghiệm các mẫu trong phòng thí nghiệm hay theo dõi ngoài hiện trường, sau đó xử lý thống kê kết quả.

Một vấn đề quan trọng khác khi chọn vật liệu người thiết kế ít quan tâm đầy đủ là quan hệ giữa suy thoái vật liệu với khả năng chịu lực trong suốt thời gian tuổi thọ công trình. Nhưng quá trình suy thoái vật liệu lại phụ thuộc vào môi trường chung quanh. Biến đổi khí hậu làm thay đổi tác động của môi trường, dẫn đến các kết quả thí nghiệm trước đây không đủ tin cậy. Trong tình trạng biến đổi khí hậu, đặc trưng vật liệu trong quá trình khai thác công trình là các đại lượng mờ.

Mặt khác, trong bài toán chẩn đoán kỹ thuật công trình, tính chất của vật liệu là đại lượng cần xác định, do không thể hoặc không cho phép lấy mẫu tại các công trình hiện hữu nên trong trường hợp đó người ta chỉ có thể dự đoán đặc trưng vật liệu nằm trong một miền nào đó, nghĩa là chúng là các đại lượng mờ.

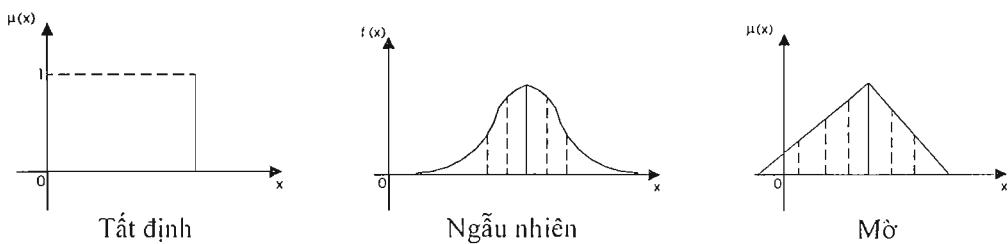
2-2-3. Hình học:

Kích thước hình học công trình được xác định trong bản thiết kế, kích thước thực phụ thuộc vào quá trình công nghệ chế tạo và quá trình thi công công trình.

Trong bài toán chẩn đoán kỹ thuật, kích thước hình học không phải lúc nào cũng xác định được (do độc hại, nguy hiểm hay khuyết tật trong quá trình chế tạo và sử dụng). Do đó, chúng là các đại lượng mờ.

Qua các ý kiến trên ta thấy, do biến đổi khí hậu các thông tin (số liệu) trong cơ học công trình là các đại lượng bất định, ngẫu nhiên và mờ. Có thể coi các đại lượng bất định, ngẫu nhiên là trường hợp riêng của mờ và có các hàm thuộc như sau (hình 1).

Do có đại lượng mờ tham gia, nên các phương pháp phân tích truyền thống phải có những thay đổi. Một số kết quả về phân tích mờ kết cấu đã được công bố [5,7,8,9,10,...]



Hình 1: Hàm thuỷc của các đại lượng tất định, ngẫu nhiên và mờ

Thông thường tính toán trên máy tính đầu vào là tất định. Khi giải các bài toán có tham số ngẫu nhiên tham gia thì phần tính toán trên máy tính cũng là tính toán tất định, để tìm các đặc trưng bằng số của các đại lượng hay quá trình ngẫu nhiên.

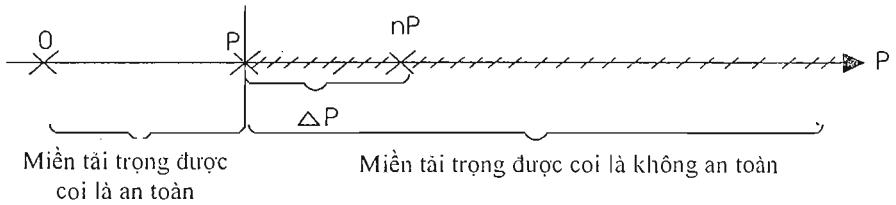
Một phương pháp khác, vẫn dựa trên ý tưởng “tính toán tất định để giải bài toán ngẫu nhiên”, sẽ được trình bày sau đây.

§3. Phương pháp phân tích kết cấu trong điều kiện biến đổi khí hậu.

3-1. Xác định tải trọng (mở hóa tải trọng)

Trước hết, ta hãy xem lại từ trước tới nay người ta xác định tải trọng trong tính toán kết cấu như thế nào.

Thời kỳ đầu, khi tính toán tất định kết cấu theo kinh nghiệm, tải trọng P được coi là một giá trị xác định nào đó. Người ta cũng biết rằng xác định như vậy là phạm sai số. Tải trọng gió tác dụng lên công trình, hoạt tải trên cầu, tải trọng sóng lén công trình biển...đều là các đại lượng hay quá trình ngẫu nhiên. Song, để phù hợp với khả năng tính toán lúc đó, người ta phải thừa nhận như vậy. Để khắc phục phạm sai số, người ta đưa vào tiêu chuẩn hệ số điều chỉnh n (hệ số vượt tải $n > 1$), tải trọng tính toán được quy định là nP . Có thể minh họa điều này như sau(hình 2).



Hình 2: Miền tải trọng an toàn và không an toàn.

Rõ ràng, $\Delta P = P(n-1)$ càng lớn thì an toàn càng cao. Vậy chọn n như thế nào là thích hợp? - chọn theo kinh nghiệm.

Thời kỳ thứ 2, dựa theo số liệu quan sát, đo đạc nhiều năm, người ta biểu diễn tải trọng là các đại lượng hay quá trình ngẫu nhiên [19]. Với cách chọn như vậy thì phản ứng của hệ cũng là các đại lượng hoặc quá trình ngẫu nhiên. Do đó, để đánh giá mức độ an toàn của công trình phải dùng lý thuyết độ tin cậy (độ tin cậy kinh điển) [20,21,22,23,25,26]. Song để tính độ tin cậy (xác suất an toàn) thì đòi hỏi phải đủ số liệu và thỏa mãn các tiêu chuẩn thống kê. Do đó, phạm vi ứng dụng bị hạn chế.

Thời kỳ thứ 3, có ý kiến cho rằng thời kỳ này là thế kỷ 21. Trong tình trạng biến đổi khí hậu, tải trọng là đại lượng mờ hay quá trình mờ. Để xác định một đại lượng mờ ta cần xác định

hàm thuộc của nó. Đã có các phương pháp khác nhau để xác định hàm thuộc(membership function).

Trong báo cáo này, các tác giả dựa theo quan niệm quen thuộc về tải trọng trong tính toán kết cấu, để chọn hàm thuộc của tải trọng.

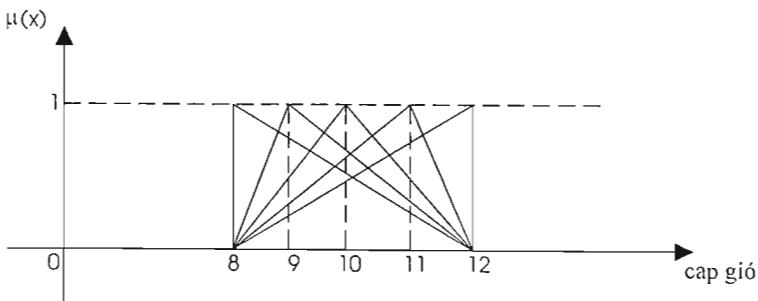
Tải trọng trong tính toán kết cấu là một giá trị xác định. Song người ta cũng biết rằng trong thực tế tải trọng có sai lệch so với giá trị đã chọn. Vậy sai lệch đó theo quy luật nào? Trong tính toán ngẫu nhiên với tải trọng là đại lượng ngẫu nhiên chuẩn thì giá trị tải trọng là giá trị trung bình(kỳ vọng) còn các sai lệch thể hiện bởi giá trị độ lệch chuẩn(căn bậc hai của phương sai)

Còn với tải trọng mờ, chúng tôi coi tải trọng là giá trị tin tưởng (ứng với hàm thuộc $\mu(x)=1$), các sai lệch là các giá trị quanh giá trị tin tưởng nằm trong miền xác định của đại lượng mờ.

Theo tính chất và các thông tin thu được để chọn dạng hàm thuộc thích hợp, hàm thuộc tam giác là hàm thuộc đơn giản nhất và phù hợp với ý nghĩa của tải trọng trong tính toán kết cấu.

Nhiều trường hợp trong thực tế, ta chỉ dự đoán được tải trọng nằm trong một khoảng nào đó, mà không rõ quy luật phân bố. Chẳng hạn, cơ quan khí tượng dự báo bão đổ bộ vào vùng A có cường độ cấp 10 có thể giật đến cấp 12. Như vậy theo nghĩa của đại lượng ngẫu nhiên thì bão có thể diễn ra từ cấp 8 đến cấp 12, khoảng đóng(8, 12) là miền xác định của tải trọng. trong trường hợp này ta chọn tải trọng mờ như sau:

Ta rời rạc hóa giá trị cấp gió từ 8 đến 12. Chẳng hạn, 8,9,10,11,12 gồm 5 giá trị. Mỗi giá trị này ứng với một tải trọng mờ, hàm thuộc tam giác, đỉnh tam giác ứng với tải trọng đó, còn miền xác định(đáy tam giác) là đoạn từ 8 đến 12. (Hình 3)



Hình 3: Hàm thuộc của các giá trị rời rạc tải trọng

Với cách chọn như vậy ta có 5 tam giác hàm thuộc ứng với 5 giá trị mờ. Đối với đặc trưng vật liệu và hình học mờ ta cũng làm tương tự.

3-2. Phân tích kết cấu:

Phân tích kết cấu được tiến hành theo sơ đồ gồm các bước sau (hình 4).



Hình 4: Sơ đồ phân tích mờ kết cấu.

Trong sơ đồ 6 bước trên có 2 bước là mô hình hóa và ứng dụng được thực hiện theo các phương pháp quen thuộc, không trình bày ở đây.

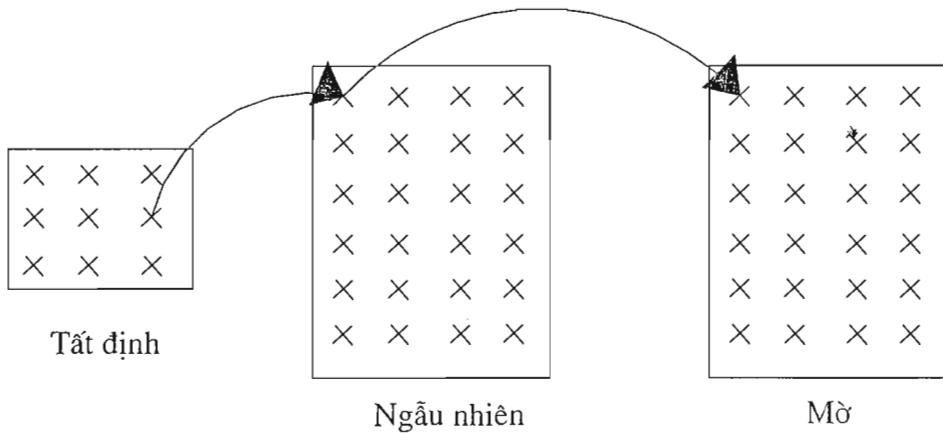
Hiện nay đã có một số phương pháp phân tích mờ kết cấu. Chẳng hạn, phương pháp phần tử hữu hạn mờ [5,16,...], phương pháp xác xỉ khoảng [17,18,...], phương pháp dùng nguyên lý mờ rộng của Zadeh, để tìm hàm thuộc của đầu ra [25,26,...]. Trong báo cáo này, các tác giả đề xuất 1 phương pháp khác, bằng cách dựa vào ý tưởng "Thực nghiệm trên máy tính", sau khi chuyển đầu vào mờ về một tập hợp đầu vào tất định, sử dụng các phương pháp phân tích tất định quen thuộc để có một tập số liệu đầu ra, tiếp đó dùng thuật toán hồi quy để tìm hàm thuộc đầu ra. Giải mờ bằng phương pháp tính độ tin cậy mờ theo mô hình giao thoa mờ rộng.

3-2-1. Chuyển đầu vào mờ về đầu vào tất định.

Để tính kết cấu theo các chương trình quen thuộc thì phải có đầu vào tất định. Song việc chuyển đầu vào mờ về tất định phải bảo đảm được các đặc điểm tất định, ngẫu nhiên và mờ của chúng. Việc đó có thể thực hiện như sau:

- Tham số tất định được xác định bởi một giá trị.
- Tham số ngẫu nhiên có giá trị trong một miền nào đó (miền mà hàm mật độ không đủ nhò). Ta rời rạc hóa giá trị đại lượng ngẫu nhiên trong miền xác định bởi một tập giá trị, với giá trị rời rạc x_i tương ứng hàm mật độ $f(x_i)$.
- Tham số mờ cũng làm tương tự như tham số ngẫu nhiên, trong đó hàm mật độ được thay bởi hàm thuộc $\mu(x)$.

Như vậy ta có 3 nhóm giá trị: Tất định, ngẫu nhiên và mờ. (Hình 5)



Hình 5: Các tổ hợp số liệu

Quy luật thành lập đầu vào tất định từ đầu vào mờ là: "Toàn bộ số liệu nhóm tất định kết hợp với một giá trị ngẫu nhiên và một giá trị mờ, tạo thành một đầu vào tất định khả dĩ". Trường hợp bài toán có một tham số ngẫu nhiên với số giá trị rời rạc là I_1 và một tham số mờ với số giá trị rời rạc là I_2 , thì số tổ hợp khả dĩ là $I_1 \cdot I_2$.

Cách tổ hợp trên có thể mở rộng dễ dàng cho trường hợp có số tham số ngẫu nhiên và mờ bất kỳ.

3-2-2. Phân tích kết cấu:

Khi đã có đầu vào tất định thì việc phân tích kết cấu được thực hiện theo các thuật toán quen thuộc. Ngày nay, để thuận tiện cho việc thiết kế, các chương trình tính toán kết cấu đã được thành lập theo các tiêu chuẩn thiết kế công trình. Do đó, khi sử dụng các chương trình đó

để phân tích thì kết quả thu được không chỉ phụ thuộc vào các phương trình cơ học công trình mà còn phụ thuộc vào các quy định khác của tiêu chuẩn.

Với một giá trị đầu vào tất định, qua thuật toán phân tích ta có một giá trị đầu ra, coi như đó là kết quả của một “Phép thử trên máy tính”. Như vậy, với một tập hợp các đầu vào tất định ta có tương ứng một tập hợp giá trị đầu ra.

3-2-3. Tìm hàm thuộc của đầu ra.

Khi đã có tập giá trị đầu ra, ta dễ dàng lập biểu đồ tần số đầu ra, từ đó xác định đường hồi quy của đầu ra và xác định hàm thuộc.

Cần chú ý rằng, tập hợp các đầu vào tất định của các tham số trên có vai trò không tương đương trong quá trình phân tích.

Thật vậy, tham số tất định cho giá trị chắc chắn (1 giá trị) nên có mặt trong mọi tổ hợp, các giá trị rời rạc x_i của tham số ngẫu nhiên tương ứng với các giá trị khác nhau của hàm mật độ $f(x_i)$, mà hàm mật độ chính là tần suất xuất hiện trong quá trình quan sát, các giá trị rời rạc x_j của tham số mờ tương ứng với các giá trị khác nhau của hàm thuộc (mức độ tin tưởng).

Để khắc phục sự không tương đương nói trên, khi lập biểu đồ tần số đầu ra cần được điều chỉnh như sau:

Không mất tính chất tổng quát, để trình bày được đơn giản, sau đây xét cho trường hợp bài toán có một tham số ngẫu nhiên và một tham số mờ.

Chẳng hạn, đầu ra là quãng an toàn (Safety margin) M trong bài toán tính độ tin cậy.

Lập biểu đồ tần số của M tại điểm $(x_i = a_i, x_j = b_j)$ M có tần số.

$$\frac{f(a_i)}{\min f(x)} \times \frac{\mu(b_j)}{\min \mu(x)} \geq 1 \quad (1)$$

Ở đây “min” được lấy trên các miền xác định tương ứng. Tích (1) là hệ số điều chỉnh do vai trò của các giá trị rời rạc khác nhau.

Với một cặp giá trị đầu vào (a_i, b_j) ta có tương ứng giá trị $M = M_{ij} = A$, có thể xảy ra trường hợp có những cặp $(a_i^*, b_j^*) \neq (a_i, b_j)$ cũng có $M_{ij}^* = A$, thì tần số của M tại giá trị A là:

$$\left\{ \left[\frac{f(a_i)}{\min f(x)} \times \frac{\mu(b_j)}{\min \mu(x)} \right] + \left[\frac{f(a_i^*)}{\min f(x)} \times \frac{\mu(b_j^*)}{\min \mu(x)} \right] \right\} \quad (2)$$

Trường hợp có n cặp giá trị (a_i, b_j) khác nhau có cùng một giá trị M thì tần số của M tại A là:

$$\sum_{k=1}^n \left[\frac{f^{(k)}(a_i)}{\min f(x)} \times \frac{\mu^{(k)}(b_j)}{\min \mu(x)} \right] \quad (3)$$

Sau khi lập được biểu đồ tần số của M, ta dùng phép “co, dãn” [14] để có hàm thuộc. Về nguyên tắc, ta dùng phương pháp hồi quy để xác định đường cong tần số. Trên đây chỉ là một cách khắc phục sự không tương đương của các giá trị rời rạc của tham số ngẫu nhiên và mờ, nhờ dựa vào giá trị hàm mật độ và hàm thuộc tại điểm rời rạc. Một cách tổng quát, ta có thể làm như sau: Gọi tập tất cả các giá trị rời rạc của biến ngẫu nhiên và mờ là A.

Mỗi giá trị ngẫu nhiên rời rạc a_i với hàm mật độ $f(a_i)$. Số lần xuất hiện của a_i trong tập A là

$$\text{Số tròn nguyên dương của thương } \left[\frac{f(a_i)}{\min f(x)} \right] = n_i$$

Như vậy a_i được thay bởi n_i số (đánh số khác nhau, song chỉ có một giá trị) trong tập A để lập các tổ hợp. Làm như vậy số giá trị rời rạc của A tăng lên, các đầu mút của khoảng xác định có $n_i = 1$.

Cũng làm tương tự với biến mờ khi thay hàm mật độ bởi hàm thuộc. Việc tổ hợp tiến hành theo cách nêu ở sơ đồ hình 5. Chú ý trong một tổ hợp không có 2 giá trị của một tham số.

Với cách tổ hợp này thì khi lập biểu đồ tần số đầu ra ta coi vai trò các tổ hợp là tương đương nên được tiến hành theo phương pháp thông thường, không phải nhân với hệ số.

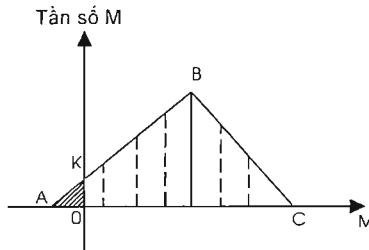
3-2-4. Giải mờ (Defuzzifier).

Giải mờ là tìm một giá trị xác định đại diện cho đại lượng mờ để ứng dụng. Do đó, giải mờ phụ thuộc vào mục đích của người phân tích. Một số phương pháp giải mờ thông thường đã được trình bày trong [3,4,...].

Xác định độ tin cậy cũng có thể coi là một phương pháp giải mờ. Vì rằng, xác suất tin cậy phụ thuộc vào các biến tất định, ngẫu nhiên và mờ, song sau khi tính toán ta thu được độ tin cậy là một số xác định thuộc $[0, 1]$. Giá trị độ tin cậy được dùng để đánh giá mức độ an toàn công trình.

Sau đây, báo cáo trình bày phương pháp giao thoa mở rộng để tính độ tin cậy [14,28,...].

Gọi hàm công năng là M, thì xác suất an toàn là $P_s = P(M \geq 0)$. Do đó, ta xét giao thoa giữa M và 0, muốn vậy ta lập biểu đồ tần số của M. Xác suất không an toàn, $P_f = 1 - P_s$, bằng tỷ số diện tích phần dưới đường tần số với $M < 0$ và toàn bộ diện tích dưới đường tần số (hình 6).



Hình 6: Mô hình giao thoa mở rộng

$$P_f \approx \frac{\text{Dientich} AOK}{\text{Dientich} ABC} \quad (4)$$

Trường hợp tải trọng (hay vật liệu) dự đoán là nằm trong 1 đoạn AB nào đó, không rõ quy luật biến đổi, thì xác suất tin cậy được xác định như sau.

Đoạn AB được rời rạc hóa bởi một số hữu hạn điểm x_i , mỗi điểm rời rạc ứng với một tải trọng mờ (như phần tải trọng đã trình bày), với tải đó có tương ứng với một giá trị xác suất an toàn $P_s^{(i)}$

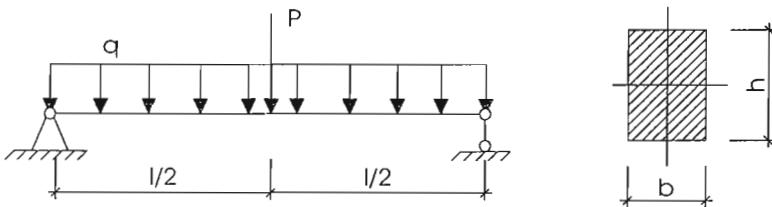
Giá trị trung bình của các xác suất tin cậy ứng với các điểm rời rạc trên AB.

$$P_s^{(tb)} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N P_s^i \text{ là xác suất an toàn trung bình trên đoạn AB.} \quad (5)$$

Trong đó N là số điểm rời rạc đoạn AB , kề cả hai đầu mút. Giá trị trung bình $P_s^{(tb)}$ chỉ là một ước lượng của P_s . Rõ ràng ta thấy rằng $P_s^{(A)}$ (ứng với giá trị rời rạc bé nhất) có giá trị lớn nhất, $P_s^{(B)}$ (ứng với giá trị rời rạc lớn nhất) có giá trị bé nhất. Như vậy ta có 3 giá trị để đánh giá là $P_s^{(tb)}, P_s^{(\max)}$ và $P_s^{(\min)}$. Khi hiệu $\Delta P_s = P_{s,\max} - P_{s,\min}$ không đủ bé, chứng tỏ mức mờ của tải trọng cao, đề hiệu này giảm thì ta phải thu hẹp miền xác định AB .

3-2-5. Thí dụ[28]:

Xét đầm đơn giản, tiết diện chữ nhật, chịu tải trọng phân bố đều cường độ q và tải trọng tập trung giữa nhịp P (hình 7).



Hình 7: Đầm đơn giản chịu tải.

Các tham số tính toán: Tải trọng: P, q ; Vật liệu: E - moduyn đàn hồi, σ_0 ứng suất chảy dẻo; Hình học: l - chiều dài nhịp; b, h là kích thước tiết diện ngang.

Giả thiết: b, h, l là các tham số tất định, σ_0 là tham số ngẫu nhiên chuẩn, P là tham số mờ với hàm thuộc tam giác.

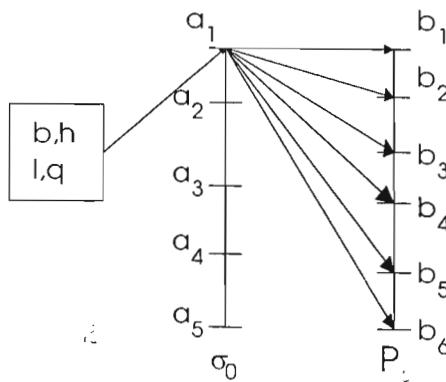
- Xác định tập đầu vào tất định: Giả sử chọn σ_0 có 5 giá trị rời rạc: a_1, a_2, a_3, a_4, a_5 .

P có 6 giá trị rời rạc: $P_1, P_2, P_3, P_4, P_5, P_6$.

Tương ứng với giá trị a_1 ta có các tổ hợp: $q, b, h, l, a_1, b_1; a, b, h, l, a_1, b_2; \dots, a, b, h, l, a_1, b_6$.

Ứng với các giá trị a_2, a_3, a_4, a_5 cũng làm tương tự (hình 8).

Số đầu vào tất định là: $5 \times 6 = 30$.



Hình 8: Mô hình tổ hợp đầu vào.

$$\text{Giá trị của quãng an toàn } M: M = \sigma_0 - \sigma_{\max} = \sigma_0 - \frac{3}{4} \left(\frac{2Pl}{bh^2} + \frac{ql^2}{bh^2} \right)$$

Các đại lượng tất định được cho như sau: $l=350\text{cm}$; $b=10\text{cm}$; $h=20\text{cm}$; $q=0.2 \text{ kN/cm}$.
 σ_o có kỳ vọng $\mu_{\sigma_o} = 20\text{kN/cm}^2$, độ lệch chuẩn $\sigma_{\sigma_o} = 1\text{kN/cm}^2$

Đại lượng ngẫu nhiên σ_o được rời rạc bởi 5 điểm: $\sigma_o = 18, 19, 20, 21, 22$, tại các giá trị đó hàm mật độ $f(x)$ tương ứng là: $0,054; 0,242; 0,3989; 0,242; 0,054$.

Đại lượng mờ tam giác được rời rạc bởi 6 điểm: $P=80, 90, 100, 110, 120, 130$ có hàm thuộc tương ứng: $0,2; 0,6; 1; 0,74; 0,44; 0,2$.

Kết quả tính toán $M = \sigma_o - \sigma_{\max}$ cho trong bảng sau :

| | 80 | 90 | 100 | 110 | 120 | 130 |
|----|-----|-----|------|-------|-------|-------|
| 18 | 2,9 | 1,6 | 0,28 | -1,03 | -2,35 | -3,65 |
| 19 | 3,9 | 2,6 | 1,28 | -0,03 | -1,35 | -2,65 |
| 20 | 4,9 | 3,6 | 2,28 | 0,97 | -0,34 | -1,66 |
| 21 | 5,9 | 4,6 | 3,28 | 1,97 | 0,65 | -0,65 |
| 22 | 6,9 | 5,6 | 4,28 | 2,97 | 1,66 | 0,34 |

Chọn $\min f(x) = 0,054$, $\min \mu(x) = 0,2$.

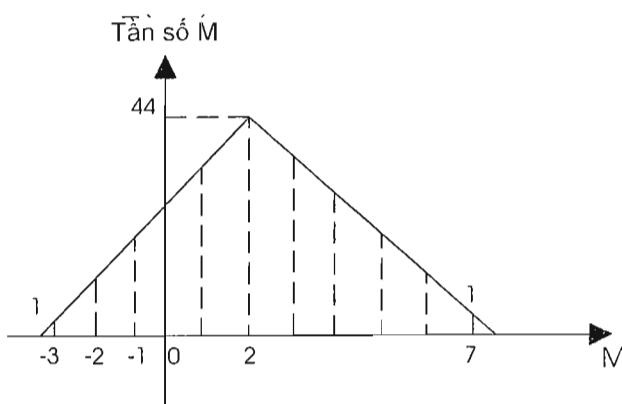
Theo công thức (3) ta có kết quả tính tần số của M trong bảng sau :

| M | -3 | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|--------|----|----|------|-------|-------|-------|------|------|------|-----|---|
| Tần số | 1 | 2 | 25,8 | 31,05 | 43,24 | 44,35 | 40,7 | 49,2 | 25,9 | 7,5 | 1 |

Theo kết quả ở bảng trên, ta chọn giá trị tin tưởng của M là 2, ứng với tần số 44. Lập đường thẳng hồi quy đi qua (2, 44) với các giá trị

| M | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|----|----|----|----|----|-----|---|
| TS | 44 | 40 | 49 | 25 | 7,5 | 1 |

ta có 1 cạnh của tam giác, cạnh khác của tam giác cũng làm tương tự. Cuối cùng ta có tam giác tần số(hình 9)



Hình 9 : Tam giác tần số

Tam giác tần số có các đỉnh $(2, 44)$, $(-3, 1)$ và $(7, 1)$. Theo (4),

$$P_f \approx 0,01110 \Rightarrow P_s = 1 - P_f \approx 0,98890.$$

§4. Đánh giá an toàn công trình trong điều kiện biến đổi khí hậu.

Trong tình huống khí hậu bình thường, biến đổi khí hậu theo các quy luật thống kê quen thuộc, từ các quy luật biến đổi đó người ta quy định giá trị tính toán trong tiêu chuẩn thiết kế công trình.

Chẳng hạn, theo TCVN 2737-1995 của Việt Nam, giá trị áp lực gió cơ bản được tính theo công thức : $W_o = 0,06113 \cdot v_o^2$

Trong đó v_o là vận tốc gió ở độ cao 10m so với mốc chuẩn (vận tốc lấy trung bình trong khoảng 3 giây vượt trung bình 1 lần trong 20 năm).

Khi khí hậu biến đổi bất thường, nhiều tình huống cực đoan xảy ra, thì việc xác định v_o như trên là không còn thích hợp. Một vấn đề đặt ra là các tiêu chuẩn thiết kế phải được đổi mới sao cho phù hợp với tình hình biến đổi khí hậu.

Để đổi mới tiêu chuẩn thiết kế, trước hết phải xác định thế nào là an toàn(hoặc không an toàn). Tiêu chuẩn quy định công trình an toàn đến mức nào, cho phép xảy ra sự cố ở mức nào.

Rõ ràng ngay trong tình trạng khí hậu bình thường thì tiêu chuẩn thiết kế cũng không bảo đảm an toàn tuyệt đối cho công trình. Mức độ an toàn, được quy định theo tầm quan trọng của công trình. Song từ trước đến nay do tình trạng biến đổi bình thường của khí hậu, khi công trình được thiết kế đúng tiêu chuẩn thì người ta “tin tưởng an toàn”. Nay thì được thay bằng “sự cố có thể xảy ra”. Song loài người phải sống chung với thiên tai, phải tồn tại và phát triển. Vì vậy vẫn phải tăng an toàn hợp lý (phù hợp với khả năng kinh phí), song phải bổ sung việc “đánh giá thiệt hại do sự cố” để chấp nhận hay không.

Nếu sự cố xảy ra, thiệt hại đến mức không chấp nhận được thì ngừng dự án xây dựng [15]. Quan niệm như vậy là phù hợp với chiến lược phòng và giảm nhẹ thiên tai của các quốc gia.

§5. Bài toán chẩn đoán kỹ thuật công trình trong điều kiện biến đổi khí hậu.

Hiện nay đã có các phương pháp chẩn đoán kỹ thuật khác nhau, nhóm phương pháp được dùng nhiều hơn cả là dựa vào ý tưởng : “đồng nhất giữa số liệu thu được và các tham số tương ứng của mô hình”

Nếu đủ thông tin để qua các phương trình cơ bản của cơ học, xác định được các tham số còn lại, thì không còn là bài toán chẩn đoán, mà là bài toán xác định.

Bài toán chẩn đoán kỹ thuật công trình tổng quát được đặt ra là có một công trình hiện hữu, ta biết được một số tham số của nó do quan sát, đo đạc, thực nghiệm ... Hãy xác định các tham số còn lại, các tham số cần xác định được gọi là tham số chẩn đoán.

Để xác định các tham số chẩn đoán ta phải sử dụng các phương trình của cơ học công trình. Thường các thông tin thu được không đủ xác định các tham số chẩn đoán, do đó người ta phải chấp nhận một tiêu chuẩn bổ sung vào đó. Người ta thường dùng tiêu chuẩn “sai số giữa giá trị tham số thực nghiệm và giá trị tương ứng của tham số mô hình là bé nhất”.

Trong bài toán trên, nhiều tham số ngẫu nhiên và mờ tham gia, nên có thể nói về bản chất bài toán chẩn đoán kỹ thuật là bài toán phân tích mờ.

Một vấn đề quan trọng của chẩn đoán kỹ thuật là chọn hệ mô hình, trong đó chứa các tham số cần tìm để đồng nhất hóa. Vấn đề này xin không bàn đến trong báo cáo này.

Trong bài toán thiết kế, gồm 3 nhóm tham số : Tài trọng, vật liệu và hình học. Trong bài toán chẩn đoán kỹ thuật ngoài 3 nhóm tham số trên còn có nhóm phản ứng (response) của hệ

như: tần số, biên độ, chuyển vị, ứng suất. Khi giải bài toán chẩn đoán, 4 nhóm trên được chia thành 2 nhóm: Tham số đã biết và tham số chưa biết cần xác định. Do việc chia thành 2 nhóm một cách hỗn hợp, nên không thể phát biểu bài toán một cách tổng quát. Sau đây xét một trường hợp cụ thể.

Gọi các tham số đã biết là λ_i^* ($i=1,2,\dots,n$); Gọi các tham số chưa biết là α_j ($j=1,2,\dots,m$),

a) Giả sử các giá trị tương ứng của λ_i^* là $\lambda_i = \varphi_i(\bar{\alpha})$, φ_i là các hàm của $\bar{\alpha}$

$$\text{Tiêu chuẩn đồng nhất là: } \sum_i (\lambda_i - \lambda_i^*)^2 \rightarrow \min \quad (6)$$

Do đó, bài toán chẩn đoán kỹ thuật là bài toán cực trị:

$$\begin{cases} \sum_i [\varphi_i(\bar{\alpha}) - \lambda_i^*]^2 \\ \forall d\bar{k} \left\{ \begin{array}{l} L(\bar{\alpha}) = \bar{P} \\ \alpha_i^- \leq \alpha_i \leq \alpha_i^+ \end{array} \right. \end{cases} \quad (7)$$

trong đó $L(\bar{\alpha}) = \bar{P}$ là hệ phương trình cơ học kết cấu, $\bar{\alpha} = \{\alpha_i\}$ là ẩn của bài toán.

(7) là bài toán cực trị mờ, bài toán này được giải theo sơ đồ 4, trong đó bước phân tích kết cấu là việc giải một loạt các bài toán cực trị tất định, đầu ra là vectơ mờ $\bar{\alpha} = \{\alpha_i\}$. Giải mờ ta có nghiệm bài toán.

Chú ý: Trong (6) ta đã coi các λ_i có trọng số bằng 1, để chính xác hơn các số hạng cần được nhân với độ nhạy tương ứng.

§6. Biện pháp công trình nhằm đề phòng và giảm nhẹ thiên tai.

Để đề phòng và giảm nhẹ thiên tai có kết quả thì phải kết hợp biện pháp công trình và phi công trình [43]. Ở đây chỉ xin bàn đến biện pháp công trình.

Trong điều kiện biến đổi khí hậu, thiên tai bất thường xuất hiện nhiều tình thế cực đoan khó dự báo. Khả năng kinh phí con người có hạn, cho nên các chỉ tiêu an toàn phải được ưu tiên. Ngày nay các quốc gia đều chọn chỉ tiêu an toàn về sinh mạng là số một, tiếp đó là chỉ tiêu "khả năng phục hồi"

- Để bảo đảm an toàn sinh mạng, công trình phải an toàn theo nghĩa là không sụp đổ (không biến thành cơ cấu), có thể hư hại ở một số bộ phận, sau thiên tai công trình được sửa chữa hay phá bỏ. Với quan niệm đó, dẫn đến giải bài toán xác định tải trọng cực đại mà công trình không sụp đổ, nghĩa là phải giải bài toán cân bằng giới hạn [35,36,37,38,39]. Để giải bài toán cân bằng giới hạn, ta phải giải bài toán cực trị mờ [34], nghĩa là sử dụng sơ đồ phân tích 4 (phần trên)
- Để đánh giá khả năng phục hồi, thì phải giải bài toán đánh giá thiệt hại khi sự cố xảy ra. Đây là bài toán kinh tế song nó liên quan chặt chẽ với bài toán công trình. Nội dung bài toán là: Dự đoán khi có thiên tai bất thường thì sự cố sẽ xảy ra như thế nào: Hiển nhiên, khi giải được bài toán này thì người ta có các biện pháp đề phòng để giảm thiệt hại. loại bài

toán này tuy đã được đặt ra với các công trình đặc biệt quan trọng, song ít được người ta chú ý xét cho các công trình quan trọng hay cho một cụm công trình.

Kết luận :

1. Báo cáo đã nêu một số vấn đề của cơ học công trình trong điều kiện biến đổi khí hậu, chắc chắn còn nhiều vấn đề khác cần được quan tâm. Tuy nhiên chúng tôi cho rằng đây là một số vấn đề cơ bản. Việc giải các bài toán nêu ra đều dẫn tới việc phân tích mờ kết cấu theo sơ đồ 4 cho các bài toán tĩnh và động lực[40,41,42]. Đây là một lĩnh vực mới, các kết quả đạt được chỉ là bước đầu.
2. Phương pháp phân tích mờ nêu trong báo cáo này có khả năng áp dụng để phân tích một hệ mờ bất kì. Nó có ưu điểm là có thể sử dụng để tính toán công trình theo tiêu chuẩn tùy ý, sử dụng các chương trình phân tích tất định quen thuộc. Nhược điểm là khói lượng tính toán lớn. Tuy nhiên với các máy tính hiện đại có khả năng tính tới hàng tỉ phép tính trong một giây, hơn nữa theo dự báo trong tương lai gần(thế kỷ 21) người ta sẽ chế tạo thành công những máy tính có khả năng thực hiện hàng tỷ-tỷ phép tính trong một giây. Vì vậy ta không cần phải lo ngại khói lượng tính toán lớn mà chỉ cần quan tâm tới việc thuật toán có rõ ràng, đơn giản và có tích lũy sai số trong quá trình giải bài toán hay không. Ở đây không lo ngại các vấn đề đó.
3. Thuật toán của phương pháp phản ảnh (hay bảo tồn) được các đặc trưng tất định, ngẫu nhiên và mờ của các tham số bài toán. Mặt khác chỉ sử dụng các phép tính quen thuộc trong tính toán kết cấu, nên phương pháp đề xuất có khả năng ứng dụng cao. Có thể nói bài toán nào có thể phân tích được trong điều kiện tất định thì có thể phân tích trong điều kiện mờ.
4. Khi toán học mờ ra đời, người ta đã từng hi vọng toàn bộ quá trình tính toán các hệ thống có thể dùng phép tính mờ, nhưng cho đến nay toán học mờ phát triển chưa được mạnh để có thể giải quyết được các bài toán phân tích kết cấu phức tạp. Trong bài này các tác giả đã dựa theo ý tưởng biểu diễn của lý thuyết tập mờ, để giải quyết bài toán đặt ra bằng các thuật toán tất định, hiện đang được sử dụng rộng rãi.

Tài liệu tham khảo

- [1]. Nghị định thư Kyoto(*The Kyoto protocol –2000*)- Văn phòng công ước quốc tế về biến đổi khí hậu 57 Nguyễn Du Hà Nội.
- [2]. *International Standard ISO 2394 (1998).General Principles on Reliability for Structure*
- [3]. H.J. Zimmermann (1991).*Fuzzy set. Theory and its Application*. Boston London Academic Publishers
- [4]. Bùi Công Cường, Nguyễn Doãn Phước (2001).*Hệ mờ, mạng noron và ứng dụng*. NXB Khoa học kỹ thuật Hà nội. VN
- [5]. Bernd Moller, Michael Beer (2004).*Fuzzy Randomness. Uncertainty in Civil Engineering and Computational Mechanics*. Springer.
- [6]. G.I Schueller (2007)."On the treatment of Uncertainties in Structural Mechanic and Analysis".*J. Computers and Structures 85 (2007), 235-243.*
- [7]. LiBing, Zhu Meilia, Xu Kai (2000)."A practical Engineering method for Fuzzy reliability" *J. Reliability Engineering and system safety 67 (2000), 311-315*
- [8]. Quimi Jiang, Chun Hsien Chen (2003)."A numerical algorithm of fuzzy reliability".*J. Reliability Engineering and system safety 80 (2003), 299-307*

- [9]. Hyo-Nam cho, Hyn- Ho Choi, Yoon Bae Kim (2002)."A risk assertion methodology for in cooperating uncertainties using fuzzy concepts".*J.Reliability Engineering and system safety* 78 (2002.)
- [10]. Nguyễn Văn Phó (2004). "Cơ học trong điều kiện thông tin mờ".*Tuyển tập công trình – Hội nghị khoa học toàn quốc Cơ học VRBD lần thứ 7 – Đồ Sơn – Hải phòng – 08/2004.*
- [11]. Nguyen Van Pho (2007)."Formulation of the membership function and determination of input of fuzzy loads in the structural fuzzy analysing problem".*Vietnam Journal of mechanics. N°2-2007.*
- [12]. Nguyễn Văn Phó, Nguyễn Đình Xân, Nguyễn Thạc Vũ (2005)."Một phương pháp tính độ tin cậy của công trình có biến mờ tham gia" *Tạp chí khoa học- Công nghệ xây dựng – Viện KHCN Xây Dựng N°3-2005.*
- [13]. Nguyễn Văn Phó, Lê Ngọc Thạch, Trần Văn Liên (2006)."Bài toán chẩn đoán kỹ thuật công trình trong điều kiện thông tin mờ".*Tuyển tập hội nghị cơ học VRBD toàn quốc lần thứ 8. Thái Nguyên 2006.*
- [14]. Nguyễn Văn Phó, Nguyễn Đình Xân, Nguyễn Thạc Vũ (2006)."Về mô hình giao thoa trong phân tích độ tin cậy mờ".*Tuyển tập hội nghị cơ học VRBD toàn quốc lần thứ 8. Thái Nguyên 2006.*
- [15]. Nguyen Van Pho, Nguyen Dinh Xan (2006). "The safety of building structures subjected to unusual natural and man- made disasters". *J. Asean Journal on science & Technology for development.*
- [16]. Ghanem RG, Spanos PP.(1991).*Stochastic Finite Element A Spectral Approach*.Springer, New York, Berlin Heidelberg
- [17]. Hao Zhang (2005).*Nondeterministic Linear Static Finite Element Analysis : An Interval Approach*. School of Civil and Environmental Engineering. Georgia Institute of technology December 2005.(Doctor of Philosophy Thesis).
- [18]. Trần Văn Liên(2008). Phân tích kết cấu thanh theo phương pháp phần tử hữu hạn khoảng" *Tạp chí Khoa học công nghệ xây dựng-Đại học Xây dựng. Số 4-2008.*
- [19]. V.V. Bolotin.*Statistical methods in Structural Mechanics*. Moscow. 1965 (In Russian)
- [20]. O. Ditlevsen, H.O.Madsen (1996).*Structural Reliability Methods*.John Wiley and Sons.
- [21]. Achintya Halder (2000).*Probability, Reliability and Statistical Methods in Engineering Design*.John Wiley and Sons.
- [22]. Andrzej S.Nowak, Kevin R.Collins (2000).*Reliability of Structures*.Mc. Graw Hill.
- [23]. Pall Thoft – Christensen, Yoshisada Murotsu (1986).*Application of Structural Systems Reliability Theory*. Springer.
- [24]. Nguyễn Đình Xân(2005)." Đánh giá độ tin cậy của phần tử kết cấu trong trường hợp số liệu mờ" *Luận án TSKT- Đại học Xây Dựng.*
- [25]. Lê Ngọc Hồng, Định Như Thảo(2007)." Tầm mờ chịu tải trọng và nhiệt độ có xét đến các yếu tố ngẫu nhiên" *Tuyển tập Hội nghị cơ học toàn quốc lần thứ 8.Hà nội, 12/2007.*
- [26]. Nguyễn Văn Phó, Lê Ngọc Hồng, Nguyễn Văn Bình(1999)." Bài toán ồn định công trình có kể đến sai lệch ban đầu". *Tuyển tập Hội nghị toàn quốc Cơ học VRBD lần 6. Hà nội, 11/1999.*
- [27]. Nguyen Van Pho (2005)." The general interference model in the fuzzy reliability analysis of systems".*Vietnam Journal of Mechanics. N°3-2005*
- [28]. Nguyễn Văn Phó, Nguyễn Xuân An(2008)." Một phương pháp phân tích mờ kết cấu" *Tạp chí Khoa học-Công nghệ Xây dựng- Viện KH-CN XD,N°3-2008.*
- [29]. Nguyễn Văn Phó, Nguyễn Xuân An(2008)." Một phương pháp phân tích kết cấu trong tình trạng biến đổi khí hậu" *Tạp chí Khoa học-Công nghệ Xây dựng- Đại học Xây dựng,N°4-2008.*

- [30]. Nguyen Van Pho (1999). "A method for technical diagnosis of Construction". *Vietnam Journal of Mechanics*. N°1-1999.
- [31]. Trần Văn Liên(2003)." Bài toán ngược của Cơ học và một số ứng dụng" *Luận án TSKT- Đại học Xây dựng*
- [32]. Khiem N.T, Lien T.V. (2001)."A simplified method for natural frequency analysis of multiple cracked beam".*Journal of Sound and Vibration. Vol 245 N°4-2001.*
- [33]. Tran Van Lien, Nguyen Tien Khiem(2001). "Static Diagnosis of multiple cracked beam" *Vietnam Journal of Mechanics. Vol 23-2001.*
- [34]. Nguyễn Văn Phó, Lê Ngọc Thạch, Mai Châu Anh(2007)." Phân tích giới hạn ngẫu nhiên kết cấu" *Tuyển tập công trình khoa học Hội nghị Cơ học toàn quốc lần 8. Hà nội.*
- [35]. W.T. Koiter (1960)."General Theorem for elastic – plastic solids".*Progress in Solid Mechanics. Volume 1. North – Holland Publishing Company*. Amsterdam.
- [36]. Jan A Koning (1987).*Shakedown of Elastic – Plastic Structures*.Polish Scientific Publishers: Warzawa.
- [37]. D.A Gokfeld, O.F Cherniavsky (1979).*The load carrying capacity of Structures under Repeated loads*.Manufacture Publishers, Moscow (In Russian)
- [38]. A. Cyras (1971). *Optimization Theory in Limit*.Analysis of a Solid Deformable body.Minsty Publ. House. Vilnius (In Russian)
- [39]. Milan Jirasek. Zdenek, P.Bazant (2003). *Inelastic analysis of Structures*.John Wiley and Sons, LTD.
- [40]. Nguyen Van Pho, Le Ngoc Thach, Chu Thanh Binh(2007). "On the reliability problems of structures subjected to dynamic load" *Vietnam Journal of Mechanics N°3-2007.*
- [41]. Chu Thanh Bình, Lê Ngọc Thạch(2006)." Nghiên cứu một số vấn đề dao động uốn của đầm theo quan điểm ngẫu nhiên" *Tuyển tập công trình Hội nghị Khoa học toàn quốc Cơ học vật rắn biến dạng lần thứ 8. Thái Nguyên*,8/2006.
- [42]. Tạ Thành Vân(2005). "Nghiên cứu độ tin cậy của kết cấu tẩm và vỏ đòn hồi chịu tải trọng tĩnh" *Luận án TSKT-Đại học Xây dựng*.
- [43]. Nguyễn Văn Phó, Nguyễn Đình Xân(2007). " Biện pháp công trình và phi công trình trong phòng và giảm nhẹ thiên tai." *Tạp chí Khoa học Công nghệ xây dựng-Viện Khoa học công nghệ xây dựng- N°1-2007.*