

*Tuyển tập công trình Hội nghị khoa học toàn quốc
Cơ học Vật rắn biến dạng lần thứ 8
Thái nguyên, 25-26/8/2006*

Bài toán chẩn đoán kỹ thuật công trình trong điều kiện thông tin mờ

Nguyễn Văn Phó, Lê Ngọc Thạch, Trần Văn Liên

Trường Đại học Xây dựng

Tóm tắt. Bài toán chẩn đoán kỹ thuật công trình (CĐKT) là bài toán dự báo, đánh giá về khả năng chịu lực, mức độ an toàn, kích thước, vết nứt, tính chất vật liệu, v.v..., của các công trình hiện hữu theo số liệu đo đạc tại hiện trường và ý kiến của các chuyên gia.

Song các thông tin thu thập thường là thiếu, có sai số, mơ hồ, không chắc chắn. Do đó, về bản chất bài toán CĐKT là bài toán mờ (fuzzy problem).

Trong báo cáo này, chúng tôi trình bày hai lớp bài toán CĐKT công trình:

- *Bài toán CĐKT công trình trong trường hợp các thông tin ngẫu nhiên.*
- *Bài toán CĐKT công trình trong trường hợp các thông tin mờ.*

1. Mở đầu

Chẩn đoán kỹ thuật công trình hay còn gọi là đánh giá công trình hiện hữu (assessment of existing structures) là một trong những lĩnh vực quan trọng của cơ học công trình [1 – 7,..].

Hiện nay danh từ chẩn đoán kỹ thuật (technical diagnosis) được hiểu theo nhiều nghĩa khác nhau. Có người cho rằng đã gọi là “*chẩn đoán*” thì phải thiếu thông tin, nếu đủ thì gọi là “*xác định*”. Lại có người cho rằng “*đánh giá công trình hiện hữu*” (không phải là bài toán thiết kế) thì đều gọi là chẩn đoán. Mặc dầu hiểu theo nghĩa nào thì cách giải quyết vấn đề cũng giống nhau.

Trong báo cáo này, chúng tôi quan niệm rằng: đánh giá công trình hiện hữu theo các thông tin (số liệu) đo đạc tại hiện trường, theo ý kiến dự báo của các chuyên gia được gọi là “*chẩn đoán kỹ thuật công trình*”.

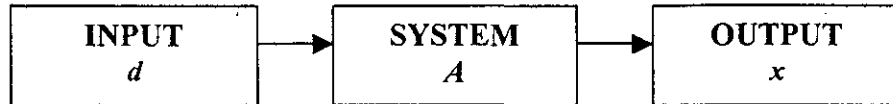
Số lượng và chất lượng thông tin sẽ quyết định phương pháp chẩn đoán, song trong bất kỳ trường hợp nào thì các tham số của công trình cũng phải thoả mãn hệ phương trình cơ bản của cơ học kết cấu

$$Ax = d \quad (1)$$

trong đó:

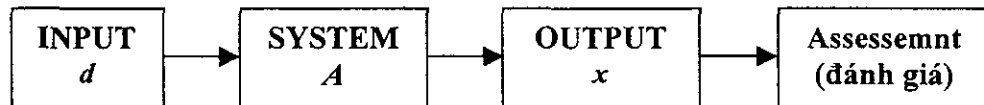
- Đầu vào (input), ký hiệu là d .
- Mô hình hoá công trình (system), ký hiệu là A .
- Đầu ra (output), ký hiệu là x .

Quá trình được mô hình hoá dưới dạng (hình 1)



Hình 1. Mô hình hoá quá trình giải bài toán cơ học

Thông thường trong các bài toán chẩn đoán kỹ thuật công trình không dừng ở tìm đầu ra x , mà còn phải căn cứ theo x tiến hành đánh giá, so sánh kết quả thu được với tiêu chuẩn, quy định của nhà quản lý để rút ra các kết luận cần thiết trong thực tiễn. Chẳng hạn, đánh giá mức độ an toàn theo các tiêu chuẩn bền, ổn định, dao động hay nói tổng quát hơn là đánh giá theo trạng thái giới hạn [1], nên từ x phải tính độ tin cậy. Việc đánh giá cuối cùng này không phải là vấn đề đơn giản trong trường hợp thông tin mờ. Nên sơ đồ hình 1 trên cần được thêm phần “đánh giá” (hình 2)



Hình 1. Mô hình hoá quá trình giải bài toán chẩn đoán

Do đó, việc chẩn đoán bao gồm các bước chính sau:

- Thu thập số liệu (quan sát, đo đạc, hỏi ý kiến chuyên gia,...).
- Xây dựng mô hình thực của công trình.
- Tính toán hoặc chẩn đoán theo một tiêu chuẩn nào đấy để tìm các tham số cần thiết, chưa biết của công trình.
- Đánh giá, kết luận theo mục đích của chẩn đoán.

Sau đây, chúng tôi xin xét hai trường hợp sau:

- Đủ thông tin để giải bài toán cơ học kết cấu, song các thông tin thu thập được phạm những sai sót ngẫu nhiên.
- Thông tin không đủ và mang đặc trưng mờ.

2. Bài toán chẩn đoán kỹ thuật công trình trong điều kiện thông tin ngẫu nhiên (bài toán tính toán lại)

Các phương pháp chẩn đoán kỹ thuật công trình theo quan điểm tiên định đã được tổng kết khá đầy đủ trong [3]. Sau đây, chúng tôi xét một số bài toán trong trường hợp thông tin ngẫu nhiên.

2.1. Phương pháp chẩn đoán bằng cách tính toán lại trong điều kiện thông tin ngẫu nhiên

Công trình đã được xây dựng, do các yêu cầu khác nhau, cần đánh giá chất lượng công trình tại thời điểm hiện tại. Yêu cầu đánh giá là xác định khả năng chịu lực (theo trạng thái giới hạn) để xếp vào một trong 5 loại sau:

- Chất lượng tốt.
- Đủ an toàn.
- Cần gia cố sửa chữa, vẫn cho sử dụng.
- Cần đình chỉ sử dụng để gia cố sửa chữa.
- Đình chỉ sử dụng, phá bỏ.

Giả sử rằng, dù số liệu có sai số, song vẫn đủ để giải hệ phương trình kết cấu (1) trong đó A và d đã biết dưới dạng các đại lượng ngẫu nhiên. Trong thực hành chẩn đoán hiện nay, người ta thường lấy kỳ vọng của các đại lượng ngẫu nhiên để tính toán lại.

Phương trình (1) được thành lập theo các kiến thức cơ học công trình, ngày nay để lập (1) người ta thường dùng phương pháp phần tử hữu hạn (tắt định hay ngẫu nhiên). Có nhiều cách để giải (1) khi A và d là ngẫu nhiên. Sau đây chúng tôi đề nghị cách giải đơn giản và quen thuộc với các kỹ sư, vì nó sử dụng các chương trình tính toán kết cấu thông dụng (SAP2000,...).

Bước 1: Giải (1) theo giá trị trung bình của các tham số về hình học, vật liệu, tải trọng. Khi đó (1) là hệ phương trình đại số. Lời giải thu được là giá trị trung bình của các ẩn $\mu_{\bar{x}} = \{\mu_{x_i}\}$ với μ_{x_i} là giá trị trung bình của biến x_i [8].

Bước 2: Tìm độ lệch chuẩn (căn bậc 2 của phương sai) của các x_i . Giả sử rằng các số liệu đo đạc có những sai lệch nhỏ quanh giá trị trung bình, cho phép ta khai triển Taylor quanh giá trị trung bình của các đại lượng phải tìm và chỉ giữ lại thành phần bậc nhất (hoặc bậc 2 [9]). Vì rằng

$$x_i = f_i(E_i, l_j, d_k) \quad (2)$$

trong đó E_i, l_j, d_k là các tham số vật lý, hình học, tải trọng tương ứng. Theo [10], độ lệch chuẩn của x_i là σ_{x_i} được xác định theo công thức

$$\sigma_{x_i} = \sqrt{\sum_i \left(\frac{\partial f_i}{\partial E_i} \sigma_{E_i} \right)^2 + \sum_j \left(\frac{\partial f_i}{\partial l_j} \sigma_{l_j} \right)^2 + \sum_k \left(\frac{\partial f_i}{\partial d_k} \sigma_{d_k} \right)^2} \quad (3)$$

Bước 3: Tính chỉ số độ tin cậy β . Giả sử điều kiện an toàn là

$$F_h(E_i, l_j, d_k, \sigma_0) \geq 0; h = 1, 2, \dots, m \quad (4)$$

trong đó σ_0 là ứng suất giới hạn của vật liệu. Theo [11], xác suất an toàn được đánh giá như sau:

$$P = Prob \left\{ \begin{array}{l} F_1(E_i, l_j, d_k, \sigma_0) \geq 0 \\ F_2(E_i, l_j, d_k, \sigma_0) \geq 0 \\ \dots \\ F_m(E_i, l_j, d_k, \sigma_0) \geq 0 \end{array} \right\} \quad (5)$$

Ta không tính trực tiếp xác suất (5) mà tính giá trị chỉ số độ tin cậy theo từng bất đẳng thức, ta có

$$\beta_i = \frac{\mu_{F_i}}{\sigma_{F_i}}; \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (6)$$

suy ra

$$\beta_{\min} \leq \beta \leq \beta_{\max} \quad (7)$$

trong đó β là chỉ số độ tin cậy của công trình.

Trong thực hành người ta thường căn cứ theo β_{\min} để xếp hạng an toàn của công trình theo quy định của tiêu chuẩn.

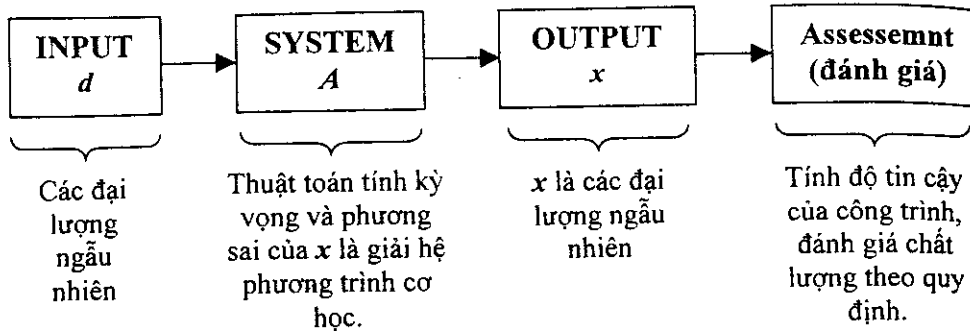
Bước 4: Xếp hạng an toàn theo giá trị β .

Hiện nay, nước ta chưa có quy định về phân loại an toàn theo β . Việc này ở nước ngoài đã được quy định [1, 12,...]. Trong những năm gần đây ở nước ta đã có các nghiên cứu về vấn đề này và đã đề nghị đánh giá chất lượng công trình theo giá trị chỉ số độ tin cậy β [13, 14]. Để làm thí dụ, xin dẫn ra đây thang đánh giá theo giá trị β của công trình chịu ăn mòn do khí hậu ven biển miền Trung [13]

	Kết cấu bê tông	Kết cấu thép
1. Chất lượng tốt	$\beta > 3,5$	$\beta > 3,0$
2. Đạt yêu cầu	$3,0 \leq \beta \leq 3,5$	$2,5 \leq \beta \leq 3,0$
3. Không đạt yêu cầu	$2,0 \leq \beta \leq 3,0$	$1,7 \leq \beta \leq 2,5$
4. Cũ nát, cần sửa chữa lớn	$1,0 \leq \beta \leq 2,0$	$0,75 \leq \beta \leq 1,7$
5. Không sử dụng, phá bỏ	$\beta \leq 1,0$	$\beta \leq 0,75$

Như vậy, căn cứ theo giá trị β , ta có thể kết luận về chất lượng công trình theo tiêu chuẩn quy định.

Sơ đồ chẩn đoán kỹ thuật công trình tổng quát theo hình 2, trường hợp này được cụ thể như sau:



Hình 3. Sơ đồ chẩn đoán cho trường hợp số liệu ngẫu nhiên.

Về thực chất, bài toán chẩn đoán này là bài toán tính toán độ tin cậy của công trình hiện hữu.

2.2. Chẩn đoán theo tiêu chuẩn cực tiểu tổng bình phương sai lệch giữa lý thuyết và thực nghiệm (tiêu chuẩn bình phương bé nhất) trong điều kiện số liệu ngẫu nhiên

Trường hợp không đủ số liệu về vật lý, hình học và tải trọng để tìm được kỳ vọng và phương sai của các tham số chẩn đoán thì phương pháp nêu ở phần 2.1 không áp dụng được. Đó cũng là trường hợp thường xảy ra trong thực tế. Do đó, bài toán chẩn đoán được giải theo một tiêu chuẩn nào đó. Hiện nay có nhiều tiêu chuẩn chẩn đoán [3]. Trong phần này chỉ dùng tiêu chuẩn “bình phương bé nhất”.

2.2.1. Bài toán tất định

Không phải lúc nào cũng đo đạc được giá trị các tham số chứa trong mô hình tính toán, chẳng hạn ta chỉ đo đạc được các tần số riêng. Do đó ta giả thiết rằng các đại lượng đo được là

$$\bar{d}^* = \{d_1^*, d_2^*, \dots, d_q^*\}^T$$

Tính toán theo mô hình lý thuyết, các đại lượng đo được là

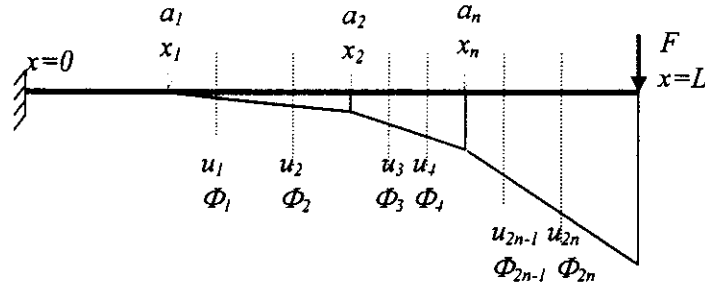
$$\bar{d} = \{d_1, d_2, \dots, d_q\}^T = \bar{g}(x)$$

trong đó $\bar{x} = \{x_1, x_2, \dots, x_l\}$ là các tham số chẩn đoán. $\bar{g}(x)$ là hàm biểu diễn sự phụ thuộc của các đặc trưng kết cấu và các tham số chẩn đoán. Theo tiêu chuẩn bình phương bé nhất, x là nghiệm của bài toán cực trị sau

$$\left\{ \begin{array}{l} J = \sum_{i=1}^q [d_i^* - g_i(x)]^2 \rightarrow \min \\ \text{và một số điều kiện về kỹ thuật và toán học} \end{array} \right.$$

Vì vậy, bài toán tìm \bar{x} để J đạt cực tiểu là bài toán quy hoạch phi tuyến [15].

Thí dụ: Bài toán chẩn đoán tĩnh dầm có nhiều vết nứt [3]



Hình 4. Dầm công xôn có nhiều vết nứt chưa biết.

Xét dầm công xôn chịu tải trọng \$F\$ ở đầu mút tự do. Giả sử dầm có \$n\$ vết nứt tại các vị trí \$x_i\$ và có chiều sâu vết nứt tương ứng là \$a_i\$. Vậy tham số chẩn đoán là

$$\lambda = \{a_1, x_1, a_2, x_2, \dots, a_n, x_n\}$$

với các điều kiện ràng buộc

$$x_1 < x_2 < \dots < x_n ; a_i < h$$

trong đó \$h\$ là chiều cao của tiết diện dầm. Theo các số liệu đo chuyển vị, ta lập được bài toán quy hoạch phi tuyến sau

$$\begin{cases} f(\lambda) \rightarrow \min \\ G_j(\lambda) = 0 ; j = 1, 2, \dots, m_e \\ G_j(\lambda) \leq 0 ; j = m_e + 1, \dots, m \\ \lambda_i^{lb} \leq \lambda_i \leq \lambda_i^{ub} i = 1, 2, \dots, 2n \end{cases} \quad (8)$$

Chẩn đoán động là chẩn đoán dựa vào các đặc trưng dao động của công trình (tần số riêng, dạng dao động riêng,...). Các đặc trưng này có thể đo được, mặt khác giá trị lý thuyết có thể tính toán theo mô hình. Do đó, trong bài toán chẩn đoán động, hàm \$f(\lambda)\$ trong (8) là

$$f = \|\bar{\omega} - \bar{\omega}^*\| = \sum_{i=1}^m |\omega_i - \omega_i^*|^2 \rightarrow \min$$

trong đó: \$\bar{\omega}^* = \{\omega_1^*, \omega_2^*, \dots, \omega_m^*\}\$ là tần số riêng đo được, \$\bar{\omega} = \{\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_m\}\$ là tần số riêng tính toán. Các thí dụ này đã được giải chi tiết trong [3].

Chẩn đoán động được dùng rộng rãi trong thực tiễn, đặc biệt trong kết cấu cầu và dàn khoan biển [16, 17,...]. Chẩn đoán động rất thuận lợi đối với các công trình

để gây dao động, ngược lại ít thuận lợi đối với các công trình dạng khối (nhà cửa) không được phép hoặc khó gây dao động.

Ghi chú:

- a) Chẩn đoán theo tiêu chuẩn bình phương bé nhất dẫn đến giải bài toán quy hoạch phi tuyến, do đó, số liệu không cần đủ để có thể giải được (1). Trong khi bài toán quy hoạch (8) có chứa điều kiện bất đẳng thức, số ẩn phải tìm không cần bằng số phương trình, miễn rằng miễn xác định các phương án không trùng để bài toán có phương án. Đó là điều rất thuận lợi khi giải bài toán, song cũng phải thừa nhận rằng việc giải bài toán cực trị sẽ phức tạp hơn giải hệ phương trình tuyến tính.
- b) Hàm mục tiêu J trong (7) hay $f(\lambda)$ trong (8) có thể đạt cực tiểu ở tại một giá trị nào đó (không nhất thiết đủ bé). Nếu không đủ bé thì giá trị đo được và giá trị lý thuyết có thể xa nhau. Vì vậy để bảo đảm độ chính xác, người ta đặt thêm điều kiện

$$J \leq \delta_0 \quad (9)$$

trong đó δ_0 là giá trị được chọn trước. Để tránh phức tạp trong tính toán, người ta không đưa điều kiện (9) vào ràng buộc của bài toán (8) mà giải (8) để tìm được J_{min} , sau đó kiểm tra điều kiện (9). Nếu (9) không thoả mãn thì phải xem lại số liệu thực nghiệm và mô hình tính toán. Thường gặp là trường hợp số liệu đo đạc không đủ thông tin đại diện hoặc có sai số lớn hoặc mô hình lý thuyết có sai sót thì (9) không thoả mãn. Đó là những vấn đề khó và cần được nghiên cứu sâu hơn trong chẩn đoán kỹ thuật công trình.

2.2.2. Bài toán ngẫu nhiên

Dựa vào ý tưởng tuyến tính hoá, ta tính được kỳ vọng và phương sai của đầu ra theo phương sai của đầu vào từ các công thức (2), (3). Điều khác ở đây là đi thay thuật toán giải hệ phương trình đại số bằng thuật toán giải bài toán cực trị. Vì không có dạng hiển của đầu ra theo đầu vào, trong (3) người ta thay gần đúng

$$\frac{\partial f_i}{\partial x_j} \approx \frac{\Delta f_i}{\Delta x_j}$$

Khi đã có kỳ vọng và phương sai của đầu ra thì việc đánh giá là có thể làm được.

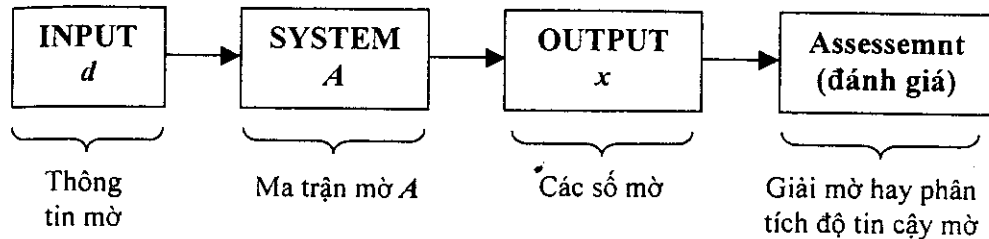
Ghi chú:

Với các tham số là ngẫu nhiên thì (8) là bài toán quy hoạch ngẫu nhiên [18-19], ta có thể dùng các thuật toán của quy hoạch ngẫu nhiên để giải. Rất tiếc đối với bài toán công trình có số biến lớn và số điều kiện ràng buộc cũng lớn, do đó không thuận lợi cho việc dùng quy hoạch ngẫu nhiên. Theo cách giải mà chúng ta đề nghị trên đây, tuy phải lặp lại nhiều lần bài toán phân tích kết cấu song lại dùng được các chương trình quen thuộc.

3. Bài toán chẩn đoán kỹ thuật trong điều kiện thông tin mờ

Trong những năm gần đây đã có nhiều nghiên cứu về tính toán công trình trong điều kiện thông tin mờ [20 – 23,...]. Riêng bài toán phân tích độ tin cậy trong thông tin mờ cũng đã có những kết quả bước đầu [24 – 27,...]. Sau đây chúng tôi trình bày cách giải bài toán chẩn đoán kỹ thuật trong điều kiện thông tin mờ.

Mô hình bài toán như sau (hình 5).



Hình 5. Mô hình hoá bài toán chẩn đoán mờ

- a) Đầu vào d , A có ít nhất một thành phần mờ. Nói chung trong một bài toán các thông tin (số liệu) có tồn tại cả 3 dạng: tất định (deterministic), ngẫu nhiên (stochastic) và mờ (fuzzy). Trong [23] còn xét cho biến ngẫu nhiên mờ.
- b) Ma trận A phản ánh đặc trưng và cấu trúc của hệ, nó mang đặc trưng mờ ở những trường hợp không thể đo đạc, quan sát được hoặc chỉ dựa vào ý kiến chuyên gia, đo thiếu số liệu, v.v...
- c) Đầu ra x tất nhiên phải mờ vì d và A mờ, x được tìm theo một thuật toán thích hợp [27].
- d) Đánh giá (sau khi tìm được x), \bar{x} là véctơ mờ hay hàm mờ. Có 2 cách đánh giá thông dụng:
 - Giải mờ, thường được dùng trong điều khiển mờ [28], trong đó người ta đưa số mờ về các số xác định.
 - Phân tích độ tin cậy mờ thường được dùng trong đánh giá an toàn của các hệ thống.

Đối với bài toán chẩn đoán mờ theo tiêu chuẩn bình phương bé nhất thì mô hình bài toán cũng tương tự hình 5, trong đó phần giải hệ phương trình (1) được thay bởi thuật toán giải bài toán cực trị dạng (8).

4. Kết luận

1. Những điều trình bày trên đây đối với công trình hoàn toàn có thể áp dụng cho hệ bất kỳ như hệ kinh tế kinh tế, hệ sinh thái, v.v...

2. Trong khi giải bài toán cụ thể, ta có thể dùng giả thiết các biến là chuẩn và không tương quan vì nếu các biến không chuẩn và tương quan thì đưa về chuẩn và không tương quan.[10].
3. Để nâng cao độ chính xác, khi khai triển Taylor quanh giá trị trung bình ta có thể giữ lại thành phần bậc 2 [9].

Trên đây chỉ là những kết quả bước đầu, lĩnh vực chẩn đoán mờ còn rất mới mẻ nên nhiều vấn đề chưa được giải quyết triệt để, song rất có triển vọng vì nó giải quyết các vấn đề rất gần với điều kiện thực.

Lời cảm ơn

Công trình này được hoàn thành với sự hỗ trợ của chương trình nghiên cứu cơ bản trong khoa học tự nhiên – ngành cơ học. Các tác giả chân thành cảm ơn Bộ khoa học công nghệ và Ban chủ nhiệm chương trình.

Tài liệu tham khảo

- [1]. International standard ISO2394 (1998), *General principles on reliability for structures*.
- [2]. Bùi Huy Đường (1996), *Bài toán ngược trong cơ học vật liệu*, NXB Xây dựng, Hà nội.
- [3]. Trần Văn Liên (2003), *Bài toán ngược của cơ học và một số ứng dụng*, Luận án Tiến sỹ kỹ thuật, Trường Đại học Xây dựng.
- [4]. Nguyễn Văn Phó, Lê Ngọc Hồng, Lê Ngọc Thạch (1997), “Về các phương pháp số giải bài toán chẩn đoán kỹ thuật trên cơ sở các bài toán ngược của cơ học”, *Tuyển tập Hội nghị Cơ học toàn quốc lần thứ VI*, Hà nội.
- [5]. Nguyễn Văn Phó (2004), “Cơ học trong điều kiện thông tin mờ”, *Tuyển tập Hội nghị khoa học toàn quốc Cơ học vật rắn biến dạng lần thứ VII*, Đồ sơn.
- [6]. Birger I.A. (1978), *Technical diagnosis* (in Russian), Machine Publisher, Moscow.
- [7]. Hiroshi Furuta, Masaaki, Naruhito Shiraishi (1990), “Reliability analysis of damaged redundant structures. Recent studies on structural safety and reliability”, *Current Japanese material reseach*, Vol 5, 105-116.
- [8]. Atrek E., Gallagher R.H., Ragedell K.M., Zienkiewics O.C. (1989), *New direction in optimun structural design*, John wiley & sons.
- [9]. Wentzel (1964), *Probability theory* (in Russian), Moscow.
- [10]. Pale Thoft – Christensen, Yoshisada Murotsu (1986), *Application of structural systems reliability theory*, Springer - Verlag – Berlin – NY – Tokyo.
- [11]. Nguyễn Văn Phó, Nguyễn Xuân Chính, Tạ Thanh Vân (2006), “Một phương pháp đánh giá độ tin cậy công trình”, *Tuyển tập công trình Hội nghị khoa học toàn quốc Cơ học vật rắn biến dạng lần thứ 8*, Thái nguyên.
- [12]. *Tiêu chuẩn thống nhất để thiết kế công trình theo độ tin cậy JB 50153-12*, Tiêu chuẩn nhà nước Nước CHND Trung hoa (tiếng Trung quốc).

- [13]. Lê Đức Vinh (2006), *Phương pháp đánh giá chất lượng kết cấu công trình chịu tác động của khí hậu ven biển miền trung Việt nam theo độ tin cậy*, Luận án Tiến sỹ kỹ thuật, Trường Đại học Xây dựng.
- [14]. Nguyễn Trọng Phú (2006), *Nghiên cứu đánh giá độ tin cậy của kết cấu nhịp dầm hộp bê tông dự ứng lực theo điều kiện cường độ chịu uốn và chịu cắt*, Luận án Tiến sỹ kỹ thuật, Trường Đại học Giao thông vận tải.
- [15]. Pshenichny B.N., Danilin Yu.M (1978), *Numerical methods in extremal problems*, Mir Publisher, Moscow.
- [16]. Viện Cơ học (1999), *Báo cáo tổng kết đề tài "Cơ sở khoa học và quy trình công nghệ chẩn đoán kỹ thuật công trình trên thềm lục địa Việt nam"*.
- [17]. Nguyễn Cao Mệnh, Nguyễn Tiến Khiêm,... (1996), "Quy trình chẩn đoán kết cấu dàn khoan biển cố định bằng các đặc trưng động học", *Tuyển tập công trình Hội nghị khoa học toàn quốc Cơ học vật rắn biến dạng lần thứ 5*, Hà nội.
- [18]. Ermoliev Yu.M., Iactremxki A.I. (1979), *Stochastic models and methods in economical programming* (in Russian), Nauka, Moscow.
- [19]. Iudin D.B. (1979), *Problems and methods of stochastic programming*, Radio, Moscow.
- [20]. Tso-Liang Teng, Cheng – Ping Peng, Chun Chuang (2000), "A study on the application of fuzzy theory to structural active control", *Computer methods in applied mechanics and engineering*, 189, 439-448.
- [21]. Hong H.P.(2003), "Assessment of reliability of aging reinforced concrete structures", *Computers and structures*, 81,1567-1582.
- [22]. Luca Sgambi (2004), "Fuzzy theory based approach for three – dimensional nonlinear analysis of reinforced concrete two – blade bridge piers", *Computers and structures*, 82, 1067-1076.
- [23]. Bernd Moler, Michael Beer (2004), *Fuzzy randomness uncertainty in civil engineering and computational mechanics*, Springer.
- [24]. Li Bing, Zhu Meilia, Xu Kai (2000), A practical engineering method for fuzzy reliability analysis of mechanical structures, *Reliability engineering and system safety*, 67, 311-315.
- [25]. Qimi Jiang, Chun – Hsien Chen (2003), "A numerical method of fuzzy reliability", *Reliability engineering and system safety*, 80, 299-307.
- [26]. Nguyen Van Pho (2005), "The general interference model in the fuzzy reliability analysis of systems:", *Vietnam Journal of mechanics*, Vol 27, No 3.
- [27]. Nguyễn Văn Phó, Nguyễn Đình Xuân, Nguyễn Thạc Vũ (2005), "Một phương pháp tính độ tin cậy của công trình có biến mờ tham gia", *Tạp chí KHCN xây dựng*, số 3.
- [28]. Phan Xuân Minh, Nguyễn Doãn Phước (2002), *Lý thuyết điều khiển mờ*, NXB KHKT, Hà nội.