

Các tham số mật độ mức cập nhật của hạt nhân ^{153}Sm trong mẫu khí Fermi dịch chuyển ngược

Nguyễn Ngọc Anh^{1*}, Nguyễn Xuân Hải¹, Nguyễn Quang Hưng^{2,3}, Lê Tấn Phúc^{2,3}, Phạm Đình Khang⁴

¹Viện Nghiên cứu Hạt nhân, Viện Năng lượng Nguyên tử Việt Nam

²Viện Nghiên cứu Khoa học Cơ bản và Ứng dụng, Trường Đại học Duy Tân

³Khoa Khoa học Tự nhiên, Trường Đại học Duy Tân

⁴Trường Đại học Bách khoa Hà Nội

Ngày nhận bài 18/6/2020; ngày chuyển phân biện 22/6/2020; ngày nhận phân biện 20/7/2020; ngày chấp nhận đăng 3/8/2020

Tóm tắt:

Trong nghiên cứu này, các tác giả đánh giá lại giá trị tham số mật độ mức a , tham số mật độ mức tiệm cận a_{asy} và tham số năng lượng dịch chuyển ngược trong mẫu khí Fermi dịch chuyển ngược của hạt nhân ^{153}Sm . Quá trình đánh giá dựa trên các số liệu thực nghiệm về sơ đồ mức hạt nhân trong Thư viện số liệu cấu trúc hạt nhân được đánh giá (ENSDF - Evaluated Nuclear Structure Data File), khoảng cách mức trung bình tại năng lượng liên kết của neutron (D_0), và số liệu cập nhật về sơ đồ mức hạt nhân trong nghiên cứu thực nghiệm phân rã gamma nối tầng được thực hiện trên Lò phản ứng hạt nhân Đà Lạt. Các bộ giá trị tham số mới cập nhật lần lượt là (1) $a=18,09\pm 0,25$ MeV⁻¹ và $E_I=-0,92\pm 0,07$ MeV cho trường hợp a không phụ thuộc vào năng lượng; và (2) $a_{asy}=15,00\pm 0,20$ MeV⁻¹ và $E_I=-0,81\pm 0,08$ MeV cho trường hợp a phụ thuộc vào năng lượng. Mật độ mức xác định được từ các bộ tham số cập nhật trong thực nghiệm của nhóm nghiên cứu phù hợp với các số liệu thực nghiệm hơn so với mật độ mức xác định được từ bộ tham số có trong Thư viện tham số hạt nhân (RIPL-3) phục vụ tính toán phản ứng hạt nhân và đánh giá số liệu hạt nhân. Do đó có thể kết luận rằng, các giá trị mật độ mức cập nhật được xác định trong công trình này có độ chính xác và tin cậy cao hơn các giá trị hiện có trong Thư viện RIPL-3. Do đó khuyến cáo các nghiên cứu về sau nên sử dụng các giá trị mật độ mức cập nhật này.

Từ khóa: mẫu khí Fermi dịch chuyển ngược, tham số mật độ mức, tham số mật độ mức tiệm cận, tham số năng lượng dịch chuyển ngược.

Chỉ số phân loại: 1.3

Tổng quan

Mật độ mức hạt nhân được định nghĩa là số mức kích thích hạt nhân trên một đơn vị năng lượng kích thích. Đây là một tham số rất quan trọng trong các nghiên cứu về phản ứng hạt nhân, đặc biệt là phản ứng tổng hợp hạt nhân trong vật lý thiên văn [1, 2]. Mặc dù vậy, do các giới hạn về điều kiện, số lượng dữ liệu thực nghiệm về mật độ mức hạt nhân hiện còn rất hạn chế, đặc biệt là tại vùng năng lượng kích thích cao (trên 20 MeV). Trong các vùng mà số liệu thực nghiệm chưa có, mật độ mức hạt nhân được xác định từ các mô hình lý thuyết. Một trong số các mô hình đơn giản và phổ biến nhất được sử dụng để mô tả mật độ mức hạt nhân là mẫu khí Fermi dịch chuyển ngược (Back-Shifted Fermi Gas - BSFG) [3]. Mô hình BSFG chứa hai tham số tự do là tham số mật độ mức a (hoặc tham số mật độ mức tiệm cận a_{asy}) và tham số năng lượng dịch chuyển ngược E_I . Giá trị của các tham số này cho từng hạt nhân được xác định bằng cách làm khớp mô hình BSFG với các dữ liệu về số đếm mức tích lũy (thường được cung cấp bởi các thư viện số liệu hạt nhân, ví dụ như thư viện số liệu cấu trúc hạt nhân ENSDF [4]) và khoảng cách mức trung bình D_0 tại năng lượng kích thích bằng đúng năng lượng liên kết của neutron

với hạt nhân [5, 6]. Độ chính xác của mật độ mức xác định từ mô hình BSFG phụ thuộc rất lớn vào độ chính xác và tin cậy của các tham số tự do a (hoặc a_{asy}) và E_I .

Đối với hạt nhân ^{153}Sm , giá trị tham số tự do a_{asy} và E_I hiện tại có thể được tìm thấy từ cơ sở dữ liệu hạt nhân tham khảo RIPL-3¹ [7] và dựa trên việc phân tích số liệu thực nghiệm về sơ đồ mức hạt nhân của ^{153}Sm cập nhật đến năm 2006 [8]. Tuy nhiên, trong công trình nghiên cứu gần đây nhất, chúng tôi đã công bố một số lượng lớn số liệu mới trong sơ đồ mức của hạt nhân ^{153}Sm thu được từ phổ phân rã gamma nối tầng từ phản ứng $^{152}\text{Sm}(n, \gamma)^{153}\text{Sm}$ với nguồn neutron nhiệt từ Lò phản ứng hạt nhân Đà Lạt [9]. Các dữ liệu cập nhật mới này cho phép đánh giá lại các tham số tự do của mô hình BSFG cho hạt nhân ^{153}Sm .

Mục đích chính của nghiên cứu này là đánh giá lại giá trị của các tham số tự do trong mô hình BSFG trên cơ sở các số liệu cập nhật về sơ đồ mức thực nghiệm của hạt nhân

¹Một thư viện các tham số hạt nhân tham khảo. Đây là một trong số các thư viện số liệu hạt nhân được sử dụng rộng rãi nhất trong cộng đồng nghiên cứu vật lý hạt nhân thế giới.

*Tác giả liên hệ: Email: ngocanh8999@gmail.com

Updated nuclear level density parameters of ^{153}Sm nucleus within the back-shifted Fermi gas model

Ngoc Anh Nguyen^{1*}, Xuan Hai Nguyen¹,
Quang Hung Nguyen^{2,3}, Tan Phuc Le^{2,3}, Dinh Khang Pham⁴

¹Dalat Nuclear Research Institute, Vietnam Atomic Energy Institute

²Institute of Fundamental and Applied Sciences, Duy Tan University

³Faculty of Natural Sciences, Duy Tan University

⁴Hanoi University of Science and Technology

Received 18 June 2020; accepted 3 August 2020

Abstract:

The present work re-evaluates the level density parameter a , asymptotic level density parameter a_{asy} , and back-shifted energy parameter E_1 within the back-shifted Fermi gas model (BSFG) for the ^{153}Sm nucleus. This reevaluation is based on the experimental nuclear level scheme extracted from the ENSDF library, the average level spacing at the neutron binding energy (D_0 value), and the latest updated nuclear level scheme obtained from an experimental gamma cascade experiment, which was performed at the Dalat Nuclear Research Reactor using the thermal neutron beam. The updated values of the BSFG level parameters are: (1) $a=18.09\pm 0.25$ MeV⁻¹ and $E_1=-0.92\pm 0.07$ MeV for the energy-independent level density parameter; and (2) $a_{asy}=15.00\pm 0.20$ MeV⁻¹ and $E_1=-0.81\pm 0.08$ MeV for the energy-dependent level density parameter. It has been found that the total nuclear level densities calculated using these updated parameters agree with the experimental data better than those using parameters taken from the nuclear reference database RIPL-3. These updated parameters are more accurate and reliable than those extracted from RIPL-3 and are, therefore, highly recommended for all the applications hereafter.

Keywords: asymptotic level density parameter, back-shifted energy parameter, back-shifted Fermi gas model, level density parameter.

Classification number: 1.3

^{153}Sm trong công trình trước đó [9]. Các tham số mới này có ý nghĩa quan trọng trong việc đánh giá các mô hình mật độ mức cũng như các tính toán liên quan tới tiết diện phản ứng năng lượng thấp.

Mô hình khí Fermi dịch chuyển ngược và phương pháp xác định giá trị tham số tự do

Mô hình khí Fermi dịch chuyển ngược

Theo mô hình BSFG, mật độ mức hạt nhân $\rho(U, J)$ với U và J lần lượt là năng lượng và moment góc (spin) tổng cộng của hạt nhân kích thích được tính theo công thức sau [3]:

$$\rho_{BSFG}(U) = \frac{\exp[2\sqrt{a(U-E_1)}]}{12\sqrt{2}\sigma a^{\frac{1}{4}}(U-E_1)^{5/4}} \quad (1)$$

$$f(J) = \exp\left[\frac{J^2}{2\sigma^2}\right] - \exp\left[\frac{(J+1)^2}{2\sigma^2}\right] \quad (2)$$

$$\rho(U, J) = \rho(U)f(J) \quad (3)$$

trong đó, a là tham số mật độ mức; E_1 là tham số năng lượng dịch chuyển ngược; và σ là tham số cắt ngưỡng spin (spin cut-off parameter) phụ thuộc vào U , a , và E_1 .

Một trong số các công thức xác định σ phổ biến nhất là [10]:

$$\sigma^2 = 0,0146A^{5/3} \frac{1 + \sqrt{(1 + 4a(U-E_1))}}{2a} \quad (4)$$

trong đó, A là số khối của hạt nhân (bằng tổng số neutron N và số proton Z). Nhìn chung các công thức tính tham số σ khác nhau không có sự khác biệt đáng kể (xem phân tích hệ thống trong tài liệu [11]). Trong nghiên cứu này, chúng tôi xác định σ theo phương trình (4) kết hợp với hiệu chỉnh ở vùng năng lượng thấp theo đề xuất đã nhắc tới trong tài liệu kỹ thuật của RIPL-3 [12].

Ban đầu, tham số a trong mô hình BSFG được giả thiết là không phụ thuộc vào năng lượng kích thích. Tuy nhiên, nhiều kết quả nghiên cứu sau đó đã cho thấy ảnh hưởng đáng kể của hiệu ứng lớp tới mật độ mức, đặc biệt là ở vùng năng lượng kích thích cao. Do đó Ignatuk và cộng sự [6] đã đưa ra công thức hiệu chỉnh ảnh hưởng của hiệu ứng lớp tới tham số a như sau:

$$a(U, Z, A) = a_{asy} \left[1 + \frac{\delta W(Z, A)}{U - E_1} [1 - \exp(-\gamma(U - E_1))] \right] \quad (5)$$

trong đó, a_{asy} là tham số mật độ mức tiệm cận. Tham số a_{asy} không phụ thuộc vào năng lượng kích thích và do đó có thể thay thế a để cùng với E_1 đóng vai trò là các tham số tự do của mô hình BSFG trong trường hợp a được giả thiết là phụ thuộc vào năng lượng kích thích. Tham số $\delta W(Z, A)$ là tham số hiệu chỉnh cho hiệu ứng lớp, được xác định dựa trên sự

chênh lệch về khối lượng hạt nhân thực nghiệm và khối lượng hạt nhân xác định từ mẫu giọt chất lỏng, γ là tham số suy giảm mật độ.

Một mô hình mật độ mức tin cậy không chỉ cần mô tả tốt số đếm mức tích lũy trong vùng gián đoạn mà còn phải phù hợp với số liệu thực nghiệm về khoảng cách mức trung bình D_0 [5, 6]. D_0 được xác định thông qua mật độ mức như sau [12]:

$$D_0^{-1} = \frac{1}{2} \sum_i \rho(B_n, J_i) \quad (6)$$

với J_i là các trạng thái spin của hạt nhân hợp phần và là năng lượng liên kết của neutron với hạt nhân. Đối với hạt nhân ^{153}Sm , spin của hạt nhân hợp phần có một giá trị duy nhất là $\frac{1}{2}\hbar$ và $B_n = 5,868 \text{ MeV}$ [8].

Phương pháp xác định giá trị của các tham số tự do

Trong nghiên cứu này, chúng tôi tiến hành làm khớp mô hình BSFG với số đếm mức tích lũy thực nghiệm $N_{exp}(E_x)$ từ tài liệu [9] và giá trị thực nghiệm từ tài liệu [7] cho hai trường hợp: a phụ thuộc vào năng lượng kích thích và a không phụ thuộc vào năng lượng kích thích. Các kết quả thu được sẽ được so sánh với mật độ mức tính từ các tham số hiện tại của RIPL-3. Lưu ý rằng, tham số của RIPL-3 chỉ tính cho trường hợp tham số a phụ thuộc vào năng lượng kích thích. Giá trị của $\delta W(Z, A)$ và γ được chọn lần lượt bằng 3,67784 MeV và 0,07671 MeV⁻¹ theo RIPL-3 [7].

Do biểu thức của mô hình BSFG là biểu thức tính mật độ mức, trong khi đó số liệu thực nghiệm lại ở dạng số đếm mức tích lũy, chúng tôi sử dụng biểu thức tích phân đơn giản sau đây để xác định đường đếm mức tích lũy của mô hình BSFG [12]:

$$N_{BSFG}(E_x) = \int_0^{E_x} \rho_{BSFG}(E) dE \quad (7)$$

Các tham số tự do a (hoặc a_{asy}) và E_l của mô hình BSFG được xác định sao cho:

$$\int_0^{E_{max}} [N_{BSFG}(E) - N_{exp}(E)]^2 dE \quad (8)$$

và

$$[D_0^{exp} - D_0^{BSFG}]^2 \quad (9)$$

là cực tiểu. Trong các công thức (8) và (9), E_{max} là ngưỡng mà ở dưới mức năng lượng này toàn bộ các mức kích thích của hạt nhân đều đã được phát hiện bằng thực nghiệm². Đối với hạt nhân ^{153}Sm , E_{max} được xác định lần lượt bằng 1,2 và 1,8 MeV đối với đường đếm mức tích lũy toàn phần (xét tới tất cả các spin) và đường đếm mức tích lũy riêng phần (chỉ

²Các mức nằm dưới ngưỡng E_{max} có thể được phát hiện nhưng chưa xác định được một cách đơn trị giá trị spin và độ chẵn lẻ.

xét tới các mức có spin bằng $\frac{1}{2}\hbar$ và $\frac{3}{2}\hbar$) [9]. Quá trình xác định giá trị của các tham số tự do nêu trên được thực hiện bằng chương trình xử lý số liệu ROOT [13] và thư viện cực tiểu hóa MINUIT2 [14].

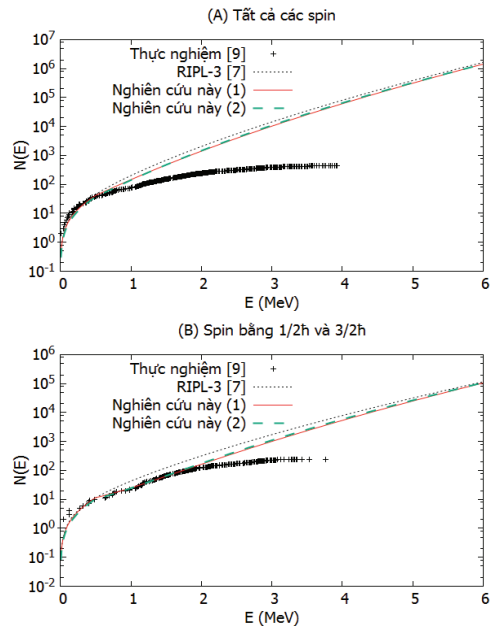
Kết quả và thảo luận

Giá trị các tham số tự do của mô hình BSFG cho hạt nhân ^{153}Sm thu được trong nghiên cứu của chúng tôi được trình bày ở bảng 1. Kết quả cho thấy, giá trị của các tham số tự do trong trường hợp a phụ thuộc vào năng lượng khác biệt không nhiều so với bộ tham số hiện tại trong RIPL-3. Giá trị D_0^{BSFG} tương ứng với hai bộ tham số thu được trong nghiên cứu và bộ tham số từ RIPL-3 đều phù hợp với giá trị thực nghiệm $D_0^{exp} = 48 \pm 3 \text{ eV}$ [7].

Bảng 1. Giá trị các tham số tự do trong mô hình BSFG cho hạt nhân ^{153}Sm .

Tham số	Nghiên cứu này (1) (a không phụ thuộc năng lượng)	Nghiên cứu này (2) (a phụ thuộc năng lượng)	RIPL-3
a (MeV ⁻¹)	18,09±0,25	-	-
a_{asy} (MeV ⁻¹)	-	15,00±0,20	15,10±0,17
E_l (MeV)	-0,92±0,07	-0,81±0,08	-0,8778
D_0^{BSFG} (eV)	48,06	48,42	47,98

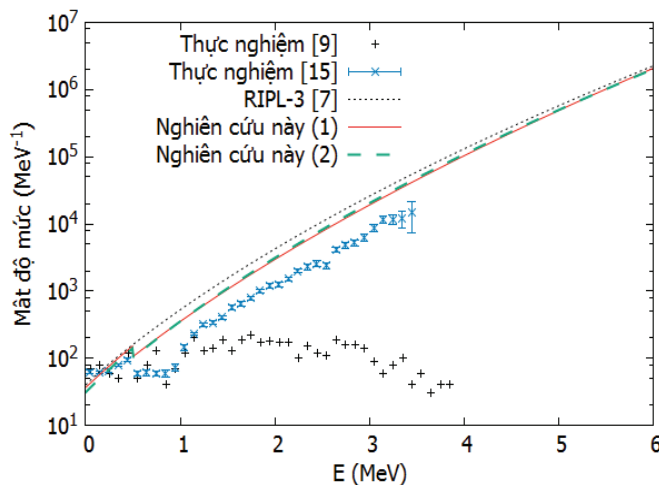
So sánh đường đếm mức tích lũy thu được từ BSFG với các bộ tham số trong bảng 1 với số liệu thực nghiệm từ tài liệu [9] trong hai trường hợp: số đếm mức tích lũy toàn phần (tính tới toàn bộ spin của các mức) và riêng phần (chỉ tính tới các mức có spin bằng $\frac{1}{2}\hbar$ và $\frac{3}{2}\hbar$) được trình bày ở hình 1.



Hình 1. So sánh đường đếm mức tích lũy theo mô hình BSFG xác định từ các bộ tham số khác nhau với số liệu thực nghiệm trong tài liệu [9]. Nghiên cứu này (1) tương ứng với trường hợp tham số a không phụ thuộc vào năng lượng; (2) tham số a phụ thuộc vào năng lượng như trong bảng 1.

Quan sát hình 1A cho thấy, bộ tham số của RIPL-3 chỉ mô tả tốt đường đếm mức tích lũy toàn phần thực nghiệm trong vùng từ 0 đến khoảng 0,5 MeV; trong khi đó hai bộ tham số trong nghiên cứu này cho phép mô tả tốt đến khoảng 0,8 MeV. Tương tự, với đường đếm mức tích lũy riêng phần, hai bộ tham số xác định từ nghiên cứu của chúng tôi cho phép mô tả tốt số liệu thực nghiệm từ 0 đến 1,8 MeV, trong khi bộ tham số của RIPL-3 [7] chỉ có thể mô tả số liệu thực nghiệm đến khoảng 0,5 MeV (hình 1B). Nhìn chung hai bộ tham số trong nghiên cứu của chúng tôi cho phép mô tả số liệu đếm mức tích lũy thực nghiệm đã được cập nhật tốt hơn so với bộ tham số hiện có trong RIPL-3 (dựa trên số đếm mức tích lũy trước năm 2006).

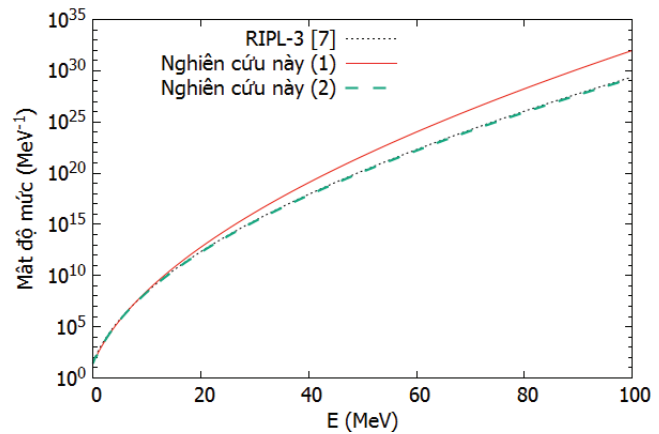
So sánh mật độ mức toàn phần tương ứng với ba bộ tham số khác nhau với số liệu mật độ mức thực nghiệm của ^{153}Sm xác định từ phản ứng (p, d) trong tài liệu [15] được trình bày ở hình 2.



Hình 2. So sánh mật độ mức toàn phần theo mô hình BSFG với các bộ tham số tự do khác nhau với số liệu thực nghiệm từ phản ứng (p, d) [15].

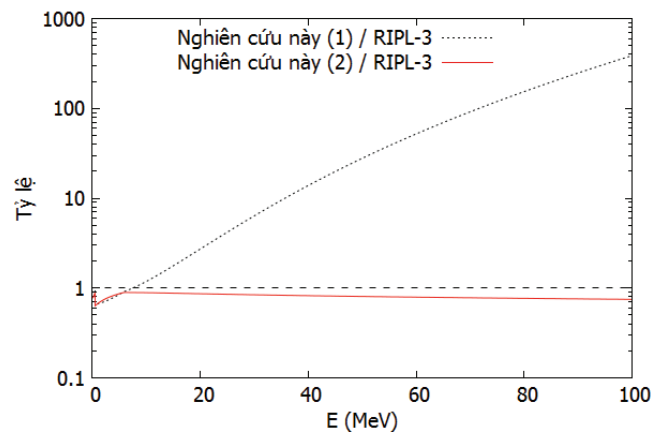
Kết quả hình 2 cho thấy, cả ba đường mật độ mức đều có dáng điệu tương đối phù hợp với dáng điệu của số liệu thực nghiệm từ phản ứng (d, p), mặc dù vậy cả ba đường mật độ mức đều chỉ phù hợp với số liệu thực nghiệm về độ lớn trong vùng năng lượng kích thích dưới 0,5 MeV. Tại vùng năng lượng trên 0,5 MeV, đường mật độ mức BSFG ứng với hai bộ tham số xác định từ nghiên cứu của chúng tôi gần với giá trị thực nghiệm của tài liệu [15] hơn so với đường mật độ mức tính theo các tham số tự do của RIPL-3.

So sánh mật độ mức toàn phần thu được từ mô hình BSFG với các bộ tham số khác nhau trong dải năng lượng kích thích từ 0 đến 100 MeV được trình bày ở hình 3.



Hình 3. So sánh mật độ mức hạt nhân trong mô hình BSFG theo các bộ tham số khác nhau.

Trong vùng năng lượng kích thích cao, đường mật độ mức theo giả thiết a phụ thuộc năng lượng xác định trong nghiên cứu của chúng tôi khác biệt nhỏ so với đường mật độ mức xác định từ tham số của RIPL-3. Tuy nhiên, đường mật độ mức tương ứng với trường hợp a không phụ thuộc năng lượng có giá trị cao hơn rõ rệt so với đường mật độ mức từ RIPL-3 (khoảng hai bậc độ lớn) tại vùng năng lượng kích thích trên 50 MeV. Điều này hoàn toàn dễ hiểu vì trong trường hợp a không phụ thuộc năng lượng, sự suy giảm mật độ mức gây bởi hiệu ứng lớp không được xét đến. Trong vùng năng lượng nhỏ hơn 15 MeV, sự khác biệt của mật độ mức tính từ BSFG sử dụng hai bộ tham số “nghiên cứu này (1)” và “nghiên cứu này (2)” là không đáng kể. Do đó, bộ tham số tương ứng với “nghiên cứu này (1)” được khuyến khích sử dụng để tính mật độ mức ở vùng năng lượng thấp (dưới 15 MeV) vì các tính toán đơn giản hơn so với trường hợp a phụ thuộc vào năng lượng. Trong vùng năng lượng cao, bộ tham số “nghiên cứu này (2)” có độ tin cậy cao hơn do đã tích hợp thành phần hiệu chỉnh hiệu ứng lớp và do vậy được khuyến cáo sử dụng.



Hình 4. Tỷ số mật độ mức tính từ mô hình BSFG với các bộ tham số thu được trong nghiên cứu của chúng tôi so với giá trị tính từ các tham số của RIPL-3.

Hình 4 biểu diễn một cách rõ ràng hơn sự khác biệt giữa mật độ mức tính từ bộ tham số “nghiên cứu này (2)” so với bộ tham số của RIPL-3 tại vùng năng lượng cao. Sự khác biệt giữa hai đường mật độ mức này vào khoảng 10 đến 30% trong toàn bộ dải năng lượng. Có thể thấy rằng, mặc dù giá trị của các tham số tự do chỉ thay đổi nhỏ (xem bảng 1) nhưng sự chênh lệch về giá trị mật độ mức là đáng kể, đặc biệt là tại vùng năng lượng kích thích cao trên 20 MeV (hình 4). Điều này cho thấy ý nghĩa quan trọng của việc cập nhật giá trị các tham số tự do của mô hình BSFG khi số liệu thực nghiệm được cập nhật.

KẾT LUẬN

Trong nghiên cứu này, chúng tôi đã thực hiện việc xác định lại giá trị của các tham số mật độ mức, tham số mật độ mức tiệm cận và tham số năng lượng dịch chuyển ngược trong mô hình mật độ mức BSFG cho hạt nhân ^{153}Sm . Giá trị của các tham số này được đánh giá dựa trên số liệu thực nghiệm về sơ đồ mức hạt nhân trong thư viện số liệu hạt nhân quốc tế ENSDF, khoảng cách mức trung bình tại năng lượng liên kết neutron và sơ đồ mức cập nhật từ nghiên cứu phân rã gamma nổi bật bằng phổ kế trùng phùng gamma-gamma. Kết quả nghiên cứu cho thấy, mật độ mức xác định từ các giá trị tham số trong nghiên cứu này mô tả các số liệu thực nghiệm đã được cập nhật tốt hơn mật độ mức xác định từ các giá trị tham số hiện có trong thư viện RIPL-3. Giá trị của các tham số mới được cập nhật trong nghiên cứu này có độ chính xác và tin cậy cao hơn các giá trị hiện tại trong thư viện RIPL-3 và do đó được khuyến cáo sử dụng thay cho các tham số chưa được cập nhật trong thư viện.

LỜI CẢM ƠN

Nghiên cứu được thực hiện dưới sự tài trợ của Bộ Khoa học và Công nghệ thông qua đề tài “Nghiên cứu thực nghiệm và lý thuyết mật độ mức và hàm lực bức xạ của một số hạt nhân kích thích” thuộc Chương trình phát triển vật lý đến năm 2020, mã số ĐTĐLCN.02/19 và đề tài cấp nhà nước mã số KC.05.18/16-20. Nhóm tác giả xin trân trọng cảm ơn.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1] T. Rauscher and F.K. Thielemann (2000), “Astrophysical reaction rates from statistical model calculations”, *At. Data Nucl. Data Tables*, **75**, p.1.
- [2] T. Rauscher, F.K. Thielemann, and K.L. Kratz (1997), “Nuclear level density and the determination of thermonuclear rates for astrophysics”, *Phys. Rev.*, **C56**, p.1613.
- [3] A. Gilbert and A.G.W. Cameron (2011), “A composite nuclear-level density formula with shell corrections”, *Can. J. Phys.*, **43**, p.1446.
- [4] <https://www.nndc.bnl.gov/ensdf/>,
- [5] S.I. Sukhoruchkin, et al. (2000), *Low Energy Neutrons and Their Interaction with Nuclei and Matter*, Springer-Verlag, Berlin.
- [6] A.V. Ignatyuk (2000), *Contribution to the Second CRP Meeting on RIPL-2*, Verenna.
- [7] <https://www-nds.iaea.org/RIPL-3>.
- [8] R.G. Helmer (2006), “Nuclear data sheets A = 153”, *Nuclear Data Sheets*, **107**, p.507.
- [9] Nguyen Ngoc Anh, Nguyen Quang Hung, Nguyen Xuan Hai, Pham Dinh Khang, A.M. Sukhovoij, L.V. Mitsyna, Ho Huu Thang, Le Hong Khiem (2009), “Level scheme of ^{153}Sm obtained from the $^{152}\text{Sm}(\text{nth}, \gamma)$ reaction using a γ - γ coincidence spectrometer”, *Phys. Rev.*, **C100**, p.024324.
- [10] H. Zhongfu, H. Ping, S. Zongdi, and Z. Chunmei (1991), “New sets of back-shifted level density parameters”, *Chin. J. Nucl. Phys.*, **13**, p.147.
- [11] A.C. Larsen, et al. (2011), “Analysis of possible systematic errors in the Oslo method”, *Phys. Rev.*, **C83**, p.034315.
- [12] R. Capote, et al. (2009), “RIPL - Reference input parameter library for calculation of nuclear reactions and nuclear data evaluations”, *Nucl. Data Sheets*, **110**, p.3107.
- [13] <https://root.cern.ch/>.
- [14] <http://seal.web.cern.ch/seal/snapshot/work-packages/mathlibs/minuit/>.
- [15] A. Simon, et al. (2016), “First observation of low-energy γ -ray enhancement in the rare-earth region”, *Phys. Rev.*, **C93**, p.034303.