

SỬ DỤNG TOÁN HỌC HÓA TRONG DẠY HỌC MÔN TOÁN LỚP 10 Ở TRƯỜNG TRUNG HỌC PHỔ THÔNG

Nguyễn Danh Nam*, Âu Minh Toán
Trường Đại học Sư phạm - ĐH Thái Nguyên

TÓM TẮT

Bài viết phân tích nội hàm của khái niệm toán học hóa và mô hình hóa, trong đó mô hình hóa được coi như là một giai đoạn của quá trình toán học hóa. Phương pháp nghiên cứu tài liệu thứ cấp và phương pháp điều tra, khảo sát thực tiễn qua phiếu hỏi được sử dụng trong bài viết. Đối tượng tham gia khảo sát là 553 học sinh và 136 giáo viên của 13 trường trung học phổ thông của tỉnh Thái Nguyên. Nghiên cứu đã đánh giá thực trạng của việc sử dụng toán học hóa trong dạy học môn Toán lớp 10 ở các trường trung học phổ thông, từ đó đưa ra một số ví dụ minh họa cho việc áp dụng các giai đoạn của quá trình toán học hóa trong dạy học. Kết quả nghiên cứu cho thấy, sử dụng toán học hóa trong dạy học giúp hình thành và phát triển các năng lực toán học cho học sinh, đặc biệt là năng lực mô hình hóa toán học, góp phần tăng cường tính thực tiễn trong dạy học môn Toán.

Từ khóa: *Toán học hóa; mô hình; mô hình hóa; dạy học toán; toán học trong thực tiễn.*

Ngày nhận bài: 26/8/2020; Ngày hoàn thiện: 06/12/2020; Ngày đăng: 09/12/2020

USING MATHEMATISING IN TEACHING GRADE 10 MATHEMATICS AT HIGH SCHOOLS

Nguyen Danh Nam*, Au Minh Toan
TNU - University of Education

ABSTRACT

The paper analyzes the nature of the concepts of mathematising and modeling, in which modeling is considered as a phase of the mathematising process. The methods of studying documents and practical survey through questionnaire were used in this research. Participants of the survey were 553 students and 136 teachers at 13 high schools in Thai Nguyen province. The research has also examined the current situation of using mathematising in teaching mathematics in grade 10, thereby proposed some illustrative examples for the application of phases of the mathematising process in teaching. The research results show that using mathematising in teaching helps to form and develop students' mathematical competencies, especially mathematical modeling competency, making a contribution to strengthen real-life mathematics at schools.

Keywords: *mathematisation; model; modeling; teaching mathematics; realistic mathematics education.*

Received: 26/8/2020; Revised: 06/12/2020; Published: 09/12/2020

* Corresponding author. Email: danhnam.nguyen@tnue.edu.vn

1. Đặt vấn đề

Toán học ngày càng có nhiều ứng dụng trong cuộc sống, những kiến thức và kỹ năng toán học cơ bản đã giúp con người giải quyết các vấn đề trong thực tế cuộc sống một cách có hệ thống và chính xác, góp phần thúc đẩy xã hội phát triển. Môn Toán ở trường phổ thông góp phần hình thành và phát triển phẩm chất, năng lực học sinh; phát triển kiến thức, kỹ năng then chốt và tạo cơ hội để học sinh được trải nghiệm, vận dụng toán học vào thực tiễn; tạo lập sự kết nối giữa các ý tưởng toán học, giữa toán học với thực tiễn, giữa toán học với các môn học khác, đặc biệt với các môn học thuộc lĩnh vực giáo dục STEM. Nội dung môn Toán thường mang tính logic, trừu tượng và khái quát. Do đó, để hiểu và học được toán, chương trình môn Toán ở trường phổ thông cần bảo đảm sự cân đối giữa “học” kiến thức và “vận dụng” kiến thức vào giải quyết vấn đề cụ thể [1].

Đổi mới phương pháp dạy học, trong đó chú trọng dạy học thông qua các hoạt động trải nghiệm, những hoạt động mà ở đó học sinh vận dụng kỹ năng và kiến thức để giải quyết các vấn đề, tạo động lực cho người học tìm tòi, khám phá, từ đó phát triển năng lực của học sinh [2]. Một trong những năng lực được nhiều quốc gia trên thế giới như Hoa Kỳ, Singapore, Đức, Pháp,... cũng như Việt Nam đang được chú trọng trong chương trình môn Toán phổ thông đó là năng lực toán học hóa. Năng lực này được hình thành và phát triển thông qua quá trình học sinh tìm hiểu, khám phá các tình huống có tính thực tiễn được xây dựng trên các công cụ và ngôn ngữ toán học. Toán học hóa giúp học sinh nhận biết và hiểu được ý nghĩa, vai trò của toán học đối với đời sống thực tế, phát triển khả năng phân tích suy luận và giải quyết các vấn đề toán học, phát triển tư duy phê phán và khả năng liên hệ các kiến thức toán với các môn học khác. Toán học hóa trong dạy học toán là quá trình giúp học sinh tìm hiểu, khám phá các tình huống nảy sinh từ thực tiễn bằng công cụ và

ngôn ngữ toán học với sự hỗ trợ của công nghệ thông tin. Quá trình này đòi hỏi học sinh cần có các kỹ năng và thao tác tư duy toán học như phân tích, tổng hợp, so sánh, khái quát hóa, trừu tượng hóa [3]. Ngoài ra, chương trình PISA đánh giá học sinh quốc tế xác định tám năng lực đặc trưng của toán học đó là: tư duy và lập luận; suy luận và chứng minh toán học; giao tiếp toán học; mô hình hóa; nêu và giải quyết vấn đề; biểu diễn, sử dụng kí hiệu và ngôn ngữ toán học; sử dụng công cụ tính toán. Các năng lực trên cũng được đề cập trong chương trình môn Toán phổ thông 2018 của Việt Nam nhằm giúp hình thành và phát triển cho học sinh khả năng vận dụng tri thức toán học để giải quyết những tình huống nảy sinh từ thực tiễn cuộc sống [4], [5]. Bài viết đề cập đến khái niệm toán học hóa và mô hình hóa, từ đó làm rõ nội hàm và mối quan hệ của hai khái niệm này trong dạy học môn Toán.

2. Nội dung nghiên cứu

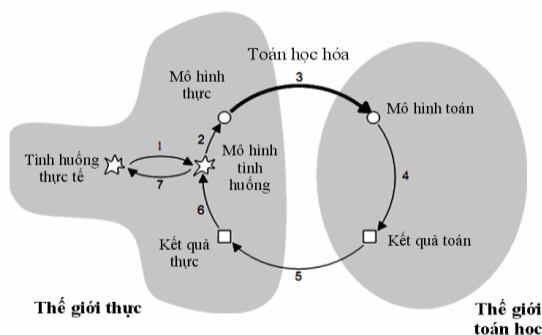
2.1. Khái niệm mô hình hóa và toán học hóa

Mô hình hóa toán học là quá trình chuyển đổi một vấn đề thực tế sang một vấn đề toán học bằng cách thiết lập và giải quyết các mô hình toán học, thể hiện và đánh giá lời giải trong ngữ cảnh thực tế, cải tiến mô hình nếu cách giải quyết không thể chấp nhận. Mô hình hóa toán học là một hoạt động phức tạp, bao gồm sự chuyển đổi giữa toán học và thực tế theo cả hai chiều, vì vậy đòi hỏi học sinh phải có nhiều năng lực khác nhau trong các lĩnh vực toán học khác nhau cũng như có kiến thức liên quan đến các tình huống thực tế được xem xét [6]. Liên hệ mật thiết đến khái niệm mô hình hóa và quá trình mô hình hóa toán học đó là toán học hóa. Có nhiều quan điểm khác nhau về khái niệm toán học hóa. Tuy nhiên, có thể hiểu theo ba quan điểm sau đây:

Thứ nhất, Freudenthal quan niệm rằng “toán học có quan hệ mật thiết với thực tế” và “toán học là kết quả hoạt động của con người” [2], [3]. Vì vậy, học toán không phải là tiếp nhận

kiến thức có sẵn mà học toán là quá trình thiết lập và giải quyết vấn đề xuất hiện từ thực tế hay trong nội tại toán học để xây dựng lại kiến thức toán và gọi quá trình đó là toán học hóa (mathematisation). Nói cách khác, học toán gắn với thực tiễn chính là thực hiện quá trình toán học hóa vì sự liên hệ mật thiết giữa toán học với thực tiễn cuộc sống.

Thứ hai, Treffer đã trình bày khái niệm này rõ ràng hơn bằng cách phân biệt hai hình thức khác nhau của toán học hóa đó là toán học hóa theo chiều ngang và chiều dọc [3], [7]. Toán học hóa theo chiều ngang chỉ quá trình mô tả một vấn đề thực tế theo ngôn ngữ toán học để có thể giải quyết vấn đề đó với công cụ toán học. Nói cách khác, đây là hoạt động chuyển đổi từ thế giới thực vào thế giới toán học. Toán học hóa theo chiều dọc là quá trình xảy ra trong nội bộ thế giới toán học. Thông qua quá trình này, học sinh đạt được trình độ toán học cao hơn. Trong quá trình mô hình hóa, thực tế và toán học thường được xem như hai thế giới riêng biệt và có một số bước biến đổi giữa hai môi trường này cũng như trong mỗi môi trường để giải quyết tình huống đặt ra. Theo Blum và Leiß [3] thì bước biến đổi từ mô hình thực tế sang mô hình toán học trong quá trình mô hình hóa được gọi là toán học hóa. Theo quan điểm này thì toán học hóa là một giai đoạn của quá trình mô hình hóa (Hình 1).



Hình 1. Quá trình mô hình hóa [3]

Khi chuyển sang giai đoạn toán học hóa, tình huống thực tế đã được lý tưởng hóa, học sinh

chỉ cần chuyển đổi các đối tượng và quan hệ ngoài toán thành các đối tượng và quan hệ toán học, chuyển đổi câu hỏi đặt ra trong tình huống thực tế sang câu hỏi toán học, mục tiêu là biểu diễn mô hình thực tế bằng ngôn ngữ toán học. Nói cách khác, toán học hóa theo quan điểm này là một giai đoạn gắn liền với quá trình mô hình hóa nhằm biểu diễn hoặc giải thích mô hình thực tế bằng các phương tiện và công cụ của toán học.

Thứ ba, trong chương trình đánh giá học sinh quốc tế PISA, khái niệm toán học hóa được mô tả là quá trình cơ bản mà học sinh sử dụng các kiến thức, kỹ năng toán học tích lũy được từ trường học cùng với kinh nghiệm sống để giải quyết các vấn đề thực tế [8]-[10]. Quá trình toán học hóa này bao gồm 5 bước: Bắt đầu từ một vấn đề thực tế được đặt ra trong thế giới thực; Nhận ra các kiến thức toán phù hợp với vấn đề, tổ chức lại vấn đề theo các khái niệm toán học; Không ngừng cắt tĩa các yếu tố thực tế để chuyển vấn đề thành một bài toán thể hiện trung thực cho tình huống; Giải quyết bài toán; Làm cho lời giải của bài toán có ý nghĩa đối với tình huống thực tế, xác định những hạn chế của lời giải. Như vậy, toán học hóa theo quan điểm của PISA là toàn bộ quá trình mô hình hóa, hay nói cách khác mô hình hóa là một giai đoạn của quá trình toán học hóa. Trong bài viết này, chúng tôi đề cập đến quan điểm thứ ba đó là toán học hóa bao gồm cả quá trình mô hình hóa.

2.2. Các giai đoạn toán học hóa

Trong quá trình toán học hóa, tình huống toán học đóng vai trò quan trọng trong việc hình thành động cơ và nhu cầu nhận thức của học sinh. Nó là tình huống tương ứng với mô hình thực tế, chứa đựng những yếu tố quan trọng của tình huống thực tế ban đầu, nhưng đã được đơn giản hóa, đặc biệt hóa, cụ thể hóa, thêm các điều kiện, giả thiết phù hợp, hạn chế những yếu tố không cần thiết cho phép học sinh có thể sử dụng một số công cụ và ngôn ngữ toán học để mô tả về tình huống ban đầu. Có thể xây dựng được nhiều tình

huống toán học hóa khác nhau cho cùng một tình huống thực tế tùy thuộc vào kinh nghiệm, kiến thức, mục đích và sự quan tâm của học sinh [11]-[13]. Trong khuôn khổ bài báo này, chúng tôi sử dụng quá trình toán học hóa gồm các giai đoạn sau đây:

Giai đoạn 1 (Thiết lập mô hình toán): Chuyển đổi từ tình huống toán học hóa sang mô hình toán học: Học sinh xác định các thông tin cần thiết, sử dụng các cấu trúc, biểu diễn, đặc trưng toán liên quan để xây dựng tình huống đã cho theo ngôn ngữ toán học. Quá trình này bao gồm các hoạt động: Nhận ra các yếu tố toán học và các biến quan trọng của tình huống; Nhận ra các cấu trúc toán trong tình huống như các quy tắc, các mối quan hệ toán học; Phân biệt giữa các thông tin liên quan và không liên quan đến yêu cầu của tình huống; Sử dụng các biến, kí hiệu, sơ đồ, đồ thị, hình vẽ phù hợp để biểu diễn tình huống một cách toán học; Chuyển các đối tượng, dữ liệu, mối quan hệ, điều kiện, giả thiết, yêu cầu của tình huống sang ngôn ngữ toán; Thiết lập mô hình toán từ tình huống toán học hóa.

Giai đoạn 2 (Giải bài toán): Học sinh phân tích, lựa chọn, sử dụng các công cụ toán học phù hợp để giải quyết vấn đề đã được thiết lập dưới dạng toán học và sản phẩm cuối cùng là một kết quả toán. Quá trình này bao gồm các hoạt động: Lựa chọn và thực hiện một phương án giải; Sử dụng các công cụ toán học như khái niệm, quy tắc, công thức, thuật toán để tìm ra kết quả; Thực hiện các quá trình toán học như: các phép toán số học, giải phương trình, suy luận logic từ các giả thiết toán học, lấy thông tin từ bảng và đồ thị, phân tích dữ liệu; Sử dụng và chuyển đổi giữa các biểu diễn khác nhau trong quá trình tìm lời giải; Thiết lập các quy tắc, nhận ra các kết nối giữa các đối tượng toán học, tạo ra các lập luận toán học.

Giai đoạn 3 (Chuyển đổi kết quả bài toán sang thực tế): Giải thích kết quả toán học trong ngữ cảnh của tình huống ban đầu. Quá trình này bao gồm các hoạt động: Nhận ra các

yếu tố thực tế tương ứng với kết quả toán có được; Hiểu được kết quả toán cho biết điều gì về tình huống ban đầu; Cố gắng giải thích kết quả toán theo ngôn ngữ thực tế thông thường; Đôi khi, một câu trả lời đầy đủ đòi hỏi sử dụng những lập luận để có được kết quả thực tế phù hợp.

Giai đoạn 4 (Phản ánh): Học sinh phản ánh quá trình toán học hóa và kết quả ngược trở lại tình huống ban đầu để xác định tính hợp lý và ý nghĩa của kết quả đối với tình huống. Quá trình này bao gồm các hoạt động: Kiểm tra tính hợp lý, thỏa đáng của kết quả với thông tin được cho ban đầu; Xem xét ảnh hưởng của các yếu tố thực tế lên kết quả và các tính toán của mô hình để điều chỉnh hay áp dụng kết quả; Hiểu phạm vi và hạn chế của mô hình toán, phương pháp giải cũng như công cụ toán học được sử dụng trong quá trình giải quyết tình huống; Giải thích tại sao kết quả không phù hợp với tình huống được cho, xem lại một số bước hoặc thực hiện lại quá trình toán học hóa nếu kết quả không phù hợp với tình huống; Tìm kiếm các khả năng khác của tình huống (nếu có).

Như vậy, thông qua quá trình toán học hóa, học sinh từng bước được làm quen, thích ứng với việc sử dụng kiến thức toán đã học vào giải quyết các tình huống toán học hóa đặt trong ngữ cảnh thực tế ở mức độ vừa phải, đồng thời tạo cơ sở cho việc thực hiện dạy học toán học hóa ở những mức độ cao hơn.

2.3. Thực trạng sử dụng toán học hóa trong dạy học môn Toán

Trước hết, có thể thấy chương trình môn Toán phổ thông hiện hành chưa có nhiều tình huống, bài tập thực tiễn để giúp học sinh sử dụng toán học hóa trong giải quyết các bài toán này. Thống kê số tình huống toán học trong sách giáo khoa Toán 10 cơ bản và nâng cao (chương trình hiện hành) cho thấy: số lượng tình huống toán học (ban cơ bản có 264 tình huống; ban nâng cao có 567 tình huống); tình huống đặt trong ngữ cảnh thực tế (ban cơ bản có 28 tình huống; ban nâng cao có 46 tình

huống) [12]. Thống kê tỷ lệ các tình huống toán học trong sách giáo khoa và sách bài tập Toán 10 ban nâng cao cũng cho thấy các tình huống toán học hóa (sách giáo khoa là 0,53%; sách bài tập là 0,96%); tình huống mô hình hóa (sách giáo khoa là 7,58%; sách bài tập là 5,6%); tình huống toán học không đặt trong ngữ cảnh thực tế (sách giáo khoa là 91,89%; sách bài tập là 93,43%) [12]. Nhiều ví dụ, bài tập mang tính chất thực tiễn cuộc sống và khoa học được chọn lọc, đưa vào sách giáo khoa chẳng hạn như những tình huống liên quan đến xuất khẩu gạo, thuê xe taxi, khẩu phần thức ăn, phối hợp vitamin, điểm thi, sĩ số học sinh, chiều cao, cân nặng, mua máy bơm nước, quỹ đạo tàu vũ trụ, cường độ dòng điện, cường độ lực tổng hợp. Sử dụng các tình huống thực tiễn để dẫn dắt học sinh đi đến những khái niệm, kiến thức mới. Thông qua các ví dụ thực tiễn để củng cố khái niệm, công thức, quy tắc. Chỉ ra khả năng vận dụng của kiến thức toán vào thực tiễn đời sống.

Kết quả khảo sát giáo viên và học sinh tại 13 trường trung học phổ thông của tỉnh Thái Nguyên cho thấy: 92,6% giáo viên cho rằng việc tăng cường sử dụng toán học hóa nhằm phát triển năng lực vận dụng toán học trong thực tiễn của học sinh là rất cần thiết; 89,7% giáo viên cho rằng cần giới thiệu một số ứng dụng toán học vào giải quyết các vấn đề trong cuộc sống và việc cần thiết phải bổ sung các ví dụ, bài tập có chứa tình huống thực tiễn vào sách giáo khoa, sách bài tập môn Toán. Tuy nhiên, kết quả khảo sát cho thấy chỉ có 18,4% giáo viên thường xuyên sưu tầm các tình huống thực tiễn ngoài sách giáo khoa để đưa vào bài giảng của mình, 62,5% giáo viên sử dụng thêm các nguồn tài liệu tham khảo trên mạng Internet, 39% giáo viên tham khảo từ các sách tham khảo và 30% giáo viên sưu tầm các tình huống trong sách giáo khoa của các môn học khác. Qua thực tiễn dạy học cho thấy 70% giáo viên cho rằng học sinh rất có hứng thú khi được sử dụng toán học hóa để giải quyết các bài toán có nội dung thực tiễn,

75% giáo viên cho rằng các hoạt động sau đây là rất cần thiết trong dạy học môn Toán: (i) khai thác ví dụ và bài tập có nội dung thực tiễn đã được trình bày trong sách giáo khoa, sách bài tập; (ii) khai thác sâu (về phía giả thiết hay kết luận) của các bài toán có nội dung thực tiễn trong giảng dạy; (iii) đưa ra những ví dụ ứng dụng của kiến thức đó vào giải quyết vấn đề liên quan trong thực tiễn, hoặc cho học sinh thấy được sự gắn kết của toán học với thực tiễn khi dạy nội dung kiến thức mới; (iv) yêu cầu học sinh sưu tầm các tình huống, bài tập có nội dung thực tiễn liên quan đến chủ đề đã học; (v) yêu cầu học sinh xây dựng các bài tập có nội dung thực tiễn liên quan đến kiến thức đã học. Kết quả khảo sát cũng cho thấy 69,6% học sinh chỉ thỉnh thoảng có tìm hiểu và giải bài toán có nội dung thực tiễn, trong khi đó 22,8% học sinh chưa bao giờ sử dụng toán học hóa trong giải các bài toán này, tuy nhiên có 40,1% học sinh cho rằng các em thấy có hứng thú khi tìm hiểu và giải các bài toán có nội dung thực tiễn.

2.4. Sử dụng toán học hóa trong dạy học môn Toán

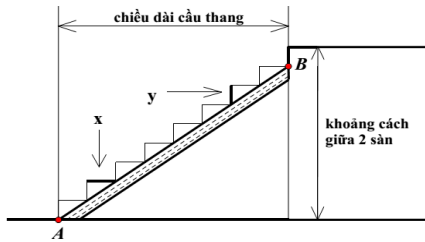
Thông qua việc giải bài toán có nội dung thực tiễn, cần làm rõ quá trình toán học hóa bài toán nhằm giúp học sinh thấy được cách thức xây dựng bài toán có nội dung thực tiễn. Các ví dụ dưới đây minh họa các giai đoạn của quá trình toán học hóa trong giải quyết các bài toán thực tiễn.

Ví dụ 1 [12]. Một cầu thang nhà ở được thiết kế an toàn khi mỗi bậc có chiều cao tối đa là 19 cm và chiều sâu tối thiểu là 25 cm. Hãy thiết kế một cầu thang an toàn đi từ tầng 1 lên tầng 2 của ngôi nhà có khoảng cách giữa hai sàn là 2,8 m và chiều dài cầu thang là 3,6 m bằng cách chỉ ra số bậc, chiều cao và chiều sâu của mỗi bậc (Hình 2).

Giải.

Thiết lập mô hình toán học: Gọi n là số bậc cầu thang (n nguyên dương), y là chiều cao bậc và x là chiều sâu bậc. Khi đó, tùy thuộc

vào số biến ta chọn mà mô hình toán sẽ là những hệ bất phương trình khác nhau.



Hình 2. Thiết kế mô hình cầu thang

Trường hợp 3 biến $(n; x; y)$, ta có hệ

$$\begin{cases} x \geq 25 \\ y \leq 19 \\ ny = 280 \\ (n - 1)x = 360 \end{cases}$$

Trường hợp 2 biến $(x; y)$, ta có hệ

$$\begin{cases} x \geq 25 \\ y \leq 19 \\ \frac{280}{y} = \frac{360}{x} + 1 \end{cases}$$

Trường hợp 1 biến (n) , ta có hệ bất phương trình bậc nhất một ẩn

$$\begin{cases} \frac{280}{n} \leq 19 \\ \frac{360}{n-1} \geq 25 \end{cases}$$

Giải bài toán: Cả ba hệ trên đều có thể biến đổi để đưa về hệ phương trình bậc nhất một ẩn:

$$\begin{cases} \frac{280}{n} \leq 19 \\ \frac{360}{n-1} \geq 25 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} n \geq 14,7 \\ n \leq 15,4 \end{cases} \quad (1) \quad (2)$$

Do n nguyên dương nên từ hai bất phương trình (1) và (2) suy ra $n = 15$. Khi đó, chiều cao bậc $h = 18,7$ cm và chiều sâu bậc $r = 25,7$ cm.

Chuyển đổi kết quả bài toán sang thực tế: Cầu thang có thể được thiết kế với 15 bậc, chiều cao bằng 18,7 cm và chiều sâu của bậc là 25,7 cm.

Phân ánh: Trong thực tế, không phải khi nào yếu tố an toàn của cầu thang cũng được tính đến, vì thiết kế cầu thang còn phụ thuộc vào không gian của ngôi nhà. Ngoài ra, theo văn hóa, phong tục ở Việt Nam, người ta quan niệm số bậc cầu thang phải lẻ hoặc số bậc phải rơi vào trạch Sinh, trạch Lão thì mới tốt.

Ví dụ 2 [4]. Gia đình bạn Minh ở Hà Nội có kế hoạch thuê xe taxi về thăm quê nội và quê ngoại (không đi, về trong ngày). Quê nội cách nhà 40 km, quê ngoại cách nhà 95 km. Qua tìm hiểu, bạn Minh biết được bảng giá của hai hãng taxi có uy tín (Hình 3) và quyết định chọn lựa chỉ đi một trong hai hãng taxi đó là Mai Linh hoặc Taxi Group. Hãy đưa ra lời khuyên cho bạn Minh để lựa chọn hãng taxi với chi phí thấp nhất.

Bảng Giá Cước - Taxi Fare Quote		
GIA MỞ CỬA First 0.7km	GIA KM TIẾP THEO Each additional 0.5 km up to 300 km	TỪ KM THỨ 31 From 31st km
10.500đ / 0.7Km	14.800đ / 1Km	12.200đ / 1Km
Phí thời gian chờ (Each 5 minutes of wait time: VND 3000)		GIA TRÊN ĐÃ BAO GỒM 10% THUẾ VAT (10% VAT INCLUDED)
QUÝ KHÁCH VUI LÒNG THANH TOÁN PHÍ CẦU ĐƯỜNG, PHÀ VÀ BẾN BÀI (NẾU CÓ) All tolls, road & bridge use charge or parking fees shall be surcharged (if any)		
TAXI MAI LINH CAM KẾT TÍNH GIÁ CƯỚC THEO ĐỒNG HỒ TÍNH TIỀN Meter - hand fare		

TAXI GROUP AIRPORT - Xe 5 chỗ		Dietcombank	
TAXI GROUP AIRPORT - 38.51.51.51			
Gia mở cửa (Starting Price)	14.000 VNĐ/0,506 km		
Gia tiếp theo (Following km onwards)	14.900 VNĐ/km		
Từ Km31	11.700 VNĐ/km		
Gia giờ chờ 06 phút (Waiting hours 06 min)	2.000 VNĐ/6 phút		
Gia đường dài hai chiều trong ngày (>=60km)	Giảm 60% chiểu về (Có bảng giá chi tiết)		
Sân bay Nội Bài - Hà Nội (<=32 km)	350.000 VNĐ		
Từ Hà Nội đi sân bay Nội Bài (<=32 km)	250.000 VNĐ		
Quý khách vui lòng thanh toán lệ phí cầu đường (nếu có) - Please pay for the tolls (if any) CHẤP NHẬN THANH TOÁN CÁC LOẠI THẺ KHI SỬ DỤNG TAXI GROUP			

Hình 3. Bảng giá taxi của hãng Mai Linh và hãng Taxi Group

Giải. Sau đây là bảng thống kê tính giá cước đi một chiều của hai hãng taxi (đơn vị tính: đồng).

Hãng taxi	Giá mở cửa	Tiếp theo đến km 30	Từ km 31 trở đi	Phí chờ
Mai Linh	10.500 (cho 0,7 km)	14.800	12.200	3.000 đồng/mỗi 5 phút
Taxi Group	14.000 (cho 0,506 km)	14.900	11.700	2.000 đồng/mỗi 6 phút

Kinh phí phải trả taxi một chiều về quê nội là:

- Số tiền phải trả khi đi hãng Mai Linh là:

$$10500 + 29,3 \times 14800 + 10 \times 12,200 \\ = 566140 \text{ (đồng)}$$

- Số tiền phải trả khi đi hãng Taxi Group là:

$$14000 + 29,494 \times 14900 + 10 \times 11700 \\ = 570460 \text{ (đồng)}$$

Vì cước phí cầu phà (nếu có) là như nhau nên bạn Minh nên chọn hãng taxi Mai Linh.

Kinh phí phải trả taxi một chiều về quê ngoại là:

- Số tiền phải trả khi đi hãng Mai Linh là:

$$10500 + 29,3 \times 14800 + 65 \times 12200 \\ = 1237140 \text{ (đồng)}$$

- Số tiền phải trả khi đi hãng Taxi Group là:

$$14000 + 29,494 \times 14900 + 65 \times 11700 \\ = 1213961 \text{ (đồng)}$$

Vì cước phí cầu phà (nếu có) là như nhau nên bạn Minh nên chọn hãng Taxi Group. Như vậy, có thể thấy lúc thì chọn hãng này, có lúc lại chọn hãng kia. Câu hỏi tự nhiên đặt ra cho học sinh là khi nào thì bạn Minh nên chọn hãng nào?

Thiết lập mô hình toán học:

- Số tiền phải trả khi đi hãng Mai Linh là:

$$10500 + 29,3 \times 14800 + x \times 12200 \\ = 1237140 \text{ (đồng)}$$

- Số tiền phải trả khi đi hãng Taxi Group là:

$$14000 + 29,494 \times 14900 + x \times 11700 \\ = 1213961 \text{ (đồng)}$$

Giải bài toán:

Khi đó, ta sẽ tìm xem với điều kiện nào thì giá tiền đi bằng hãng Mai Linh lớn hơn đi bằng hãng Taxi Group. Tức là ta có bất phương trình:

$$444140 + 12200x > 453461 + 11700x \\ \Leftrightarrow 500x > 9321 \Leftrightarrow x > 18,64$$

Chuyển đổi kết quả bài toán sang thực tế:

Nếu bạn Minh đi về quê xa khoảng từ 30 + 18,64 = 48,64 km trở lên thì nên đi bằng hãng Taxi Group vì phải trả ít tiền hơn, còn nếu đi

về quê khoảng 48 km trở xuống đến 30 km thì nên đi bằng hãng taxi Mai Linh.

Phản ánh: Giáo viên có thể hướng dẫn học sinh tiếp tục đặt ra các tình huống để khai thác thêm bài toán, ví dụ như: Trên đường về quê ngoại thì phải đi qua quê nội, gia đình ở thăm quê nội 5 giờ sau đó về quê ngoại? Gia đình bạn Minh đi và về trong ngày? Hình thức thanh toán có đa dạng? Đối với các tình huống này, học sinh phải tính thêm kinh phí xe taxi chờ, ưu đãi nếu về ngay trong ngày.

Các ví dụ trên cho thấy rằng sử dụng quá trình toán học hóa trong hướng dẫn học sinh giải quyết các bài toán thực tiễn giúp phát triển năng lực toán học cho học sinh, cụ thể: thông qua biểu diễn các khoản tiền phải chi trả thông qua số km đi bằng biểu thức; so sánh hai biểu thức bậc nhất một ẩn (tức là giải bất phương trình bậc nhất một ẩn); sử dụng kết quả giải bất phương trình bậc nhất một ẩn để đưa ra câu trả lời cho tình huống thực tiễn. Qua đó, có thể thấy thông qua quá trình toán học hóa, giáo viên có cơ hội phát triển cho học sinh các năng lực như: năng lực toán học hoá, năng lực giải toán và năng lực chuyển từ kết quả giải toán về giải quyết vấn đề thực tiễn.

Kết quả nghiên cứu cũng cho thấy học sinh thực hiện tốt bước giải toán và trả lời yêu cầu của tình huống sau khi có kết quả toán. Tuy nhiên, nhiều học sinh chưa thực hiện được bước phản ánh, nghĩa là đối chiếu kết quả lời giải của bài toán với tình huống trong thực tiễn, suy xét để điều chỉnh thực tiễn. Như vậy, phần lớn học sinh đã nắm được ba trong bốn bước của quá trình toán học hóa, bảo đảm thứ tự của các bước nhưng chưa nhận ra được tính “quy trình” trong giải quyết tình huống toán học hóa, nghĩa là phải thường xuyên đối chiếu với tính đúng đắn trong thực tiễn để thay đổi các điều kiện của bài toán hoặc thậm chí điều chỉnh mô hình toán học để đảm bảo tính tối ưu của lời giải bài toán và đưa ra lời giải của bài toán phù hợp với thực tiễn.

3. Kết luận

Thông qua quá trình toán học hóa, học sinh được luyện tập giải bài toán theo bốn bước của quá trình toán học hóa, từ việc chuyển tình huống thực tiễn sang tình huống toán học, mô hình bài toán để thiết lập mô hình, giải bài toán và chuyển đổi kết quả của bài toán sang kết quả thực tế. Kết quả nghiên cứu cho thấy, nhiều học sinh còn gặp khó khăn khi thực hiện một trong các bước trên. Tuy nhiên, sử dụng quá trình toán học hóa trong dạy học môn Toán góp phần hình thành và phát triển các năng lực toán học cho học sinh, đặc biệt là năng lực mô hình hóa, năng lực giải quyết vấn đề toán học và năng lực vận dụng toán học vào thực tiễn. Vì vậy, giáo viên cần tăng cường sử dụng các bài toán gắn với tình huống thực tiễn, xây dựng các tình huống toán học hóa trong dạy học khái niệm, dạy học định lý và dạy học giải bài tập toán học.

TÀI LIỆU THAM KHẢO/ REFERENCES

- [1]. A. Bessot, and T. N. Nguyen, "Mathematical modeling of variations in teaching thanks to dynamic geometry - Mira research project," (in Vietnamese), *Journal of Science*, Ho Chi Minh City University of Education, vol. 85, pp. 55-63, 2011.
- [2]. W. Blum, and D. Leiss, "How do students and teachers deal with mathematical modelling problems? The example 'Sugarloaf'," in *Mathematical modelling (ICTMA 12): Education, engineering and economics*, C. Haines, P. Galbraith, W. Blum, and S. Khan eds. Chichester: Horwood Publishing, 2007, pp. 222-231.
- [3]. W. Blum, P. Galbraith, and M. Niss, *Introduction: Modelling and applications in mathematics education*. Springer, 2007, pp. 3-32.
- [4]. X. T. Ha, and S. N. Pham, "Designing exercises with real life situations in teaching mathematics at schools," (in Vietnamese), *Journal of Educational Science*, vol. 111, pp. 11-12, 2014.
- [5]. D. N. Nguyen, "Modeling method in teaching mathematics at high schools," in *Proceeding of the conference for young lecturers' in the universities of education*, Danang: Danang Publishing House, 2013, pp. 512-516.
- [6]. G. Kaiser, "Modelling and modelling competencies in school," in *Mathematical modelling (ICTMA 12): Education, engineering and economics*, C. Haines, P. Galbraith, W. Blum, and S. Khan eds. Chichester: Horwood Publishing, 2007, pp. 110-119.
- [7]. G. Stillman, P. Galbraith, J. Brown, and I. Edwards, "A framework for success in implementing mathematical modelling in the secondary classroom," *Mathematics: Essential Research, Essential Practice*, vol. 2, pp. 688-697, 2007.
- [8]. D. N. Nguyen, "Modelling in Vietnamese school mathematics," *International Journal of Learning, Teaching and Educational Research*, vol. 15, no. 06, pp. 114-126, 2016.
- [9]. D. N. Nguyen, "The process of modeling in teaching mathematics at high schools," (in Vietnamese), *VNU Journal of Science, Educational Research*, vol. 31, no. 3, pp. 01-10, 2015.
- [10]. Ministry of Education and Training, "Circular No.32/2018/TT-BGDĐT dated on 26/12/2018 of Minister of Ministry of Education and Training on promulating general education curriculum," (in Vietnamese), Hanoi, 2018.
- [11]. T. T. A. Nguyen, "Building teaching situations to support mathematising process," (in Vietnamese), *Journal of Science*, Ho Chi Minh City University of Education, vol. 48, no. 82, pp. 5-13, 2013.
- [12]. T. T. A. Nguyen, "Using mathematising in teaching probability at schools," (in Vietnamese), *Journal of Science*, Hanoi National University of Education, vol. 58, pp. 18-27, 2013.
- [13]. T. T. A. Nguyen, "Building a rubric to measure quantitative literacy competencies of students when they face with mathematisation situations," (in Vietnamese), *Journal of Science and Education*, Hue University of Education, vol. 1, pp.5-15, 2014.