■Ngày nhận bài: 10/11/2023 ■Ngày sửa bài: 13/12/2023 ■Ngày chấp nhận đăng: 22/01/2024

Phân tích độ tin cậy của kết cấu dàn dựa trên phương pháp tuyến tính hóa

Reliability analysis of trusses structural using the first order reliability method

> **TS PHẠM VĂN ĐẠT**
Khoa Xây dựng, Trường Đại học Kiến trúc Hà Nội; Email: datpv@hau.edu.vn

TÓM TẮT

Khi phân tích, thiết kế cho các kết cấu chúng ta thường xem xét các tác động của tải trọng cũng như khả năng mang tải của kết cấu là các giá trị xác định. Mặc dù, trong thực tế các giá trị của này là các biến ngâu nhiên hay còn được gọi là giá trị không chắc chắn. Do các thông số đầu vào khi phân tích là các biến ngẫu nhiên, vì vậy khi tính toán thiết kế kết cấu chúng phải tính toán được theo xác xuất hỏng của kết cấu. Trong bài báo này sẽ trình bày một phương pháp đơn giản, hiệu quả đó chính là phương pháp tuyến tính hóa để tính độ tin cậy của kết cấu dàn khi kể đến một số yếu tố ngẫu nhiên trong tính toán thiết kế. Kết quả phân tích của bài báo có thể giải thích được cho một số trường hợp kết cấu bị mất an toàn trong thực tế.

Từ khóa: Xác xuất hỏng; biến ngẫu nhiên; kết cấu dàn; phương pháp tuyến tính hóa.

ABSTRACT

Loading and the load-carrying capacities of structural members are considered deterministic quanlities in structural design. Although, loading and the load- carrying capacities of structural members are random variables or sources of uncertaintly in reality. Due to the fact that the parameters of structural analyses are variables, structures must be designed to serve their function with failural probability. The paper researches a effective simple method, the first order reliability method, to analyse reliability of trusses that take into account some of the sources of uncertainty in design. The result of paper can explaint the reasons of the unsafe real structures.

Keywords: Failural Probability; random Variables; truss; the first order reliability method.

1. ĐẶT VẤN ĐỀ

Phân tích, tính toán độ tin cậy cho kết cấu trong quá trình thiết kế các công trình hiện nay ngày càng được các kỹ sư thiết kế quan tâm và xem xét. Trước đây khi phân tích tính toán thiết kế cho các kết cấu công trình các thông số kích thước hình học của kết cấu, đặc trưng cơ lý của vật liệu, giá trị tải trọng… thường được xem là các giá trị bất biến. Tuy nhiên trong thực tế, các thông số này là các thông số ngẫu nhiên, (các thông số ngẫu nhiên là các thông số không được xác định một cách chính xác mà chỉ có thể xác định giá trị của thông số đó nằm trong một phạm vi nào đó), như: kích thước hình học của kết cấu cấu cột, dầm, sàn trong thực tế khi thi công không thể chính xác đúng như kích thước được thiết kế trong bản vẽ. Vấn đề này trong các tiêu chuẩn thi công nghiệm thu, quản lý chất lượng các kết cấu công trình cũng cho phép sự sai lệch của các thông số này nằm trong một phạm vi nhất định thì các kết cấu này được xem xét là thi công đảm bảo đúng thiết kế; Tương tự như vậy, các giá trị tải trọng tác dụng lên kết cấu và các đặc trưng cơ lý của vật liệu trong thực tế là các giá trị ngẫu nhiên.

Kết cấu dàn thép là một trong những dạng kết cấu được sử dụng rất nhiều trong các công trình công nghiệp và dân dụng [1]. Hiện nay việc phân tích độ tin cậy của kết cấu đã được rất nhiều các nhà khoa học quan tâm nghiên cứu [3,4,8,9,10]. Năm 2012 Hao Zhang và các cộng sự [11] đã công bố kết quả nghiên cứu phân tích độ tin cậy của kết cấu trên mẫu thử nhỏ dựa trên phương pháp Monte Carlo và số khoảng. Kết quả phân tích đã xác định được khoảng xác xuất hỏng của kết cấu khi kể đến một số đại lượng ngẫu nhiên của bài toán là các số khoảng. Năm 2016 M. Krejsa và các công sự [6] đã công bố phương pháp tính toán độ tin cậy của kết cấu dựa trên phương pháp tính toán xác xuất tối ưu trực tiếp. Đây là phương pháp số không cần phải mô phỏng hoặc sử dụng các phương pháp gần đúng nên kết quả phân tích sẽ chính xác hơn. Tuy nhiên, phương pháp này chưa thể áp dụng phân tích độ tin cây cho các kết cấu phức tạp. Năm 2022 Behrooz Keshtegar và cộng sự [5] đã công bố kết quả nghiên cứu dựa trên mô hình cây M5 là một trong những phương pháp hiệu quả để mô phỏng và dự đoán các hiện tượng ngẫu nhiên. Kết quả nghiên cứu trong bài báo đã đưa ra dự đoán chính xác xác xuất hỏng của kết cấu.

Năm 2021 Anastasua A.Soloveva và cộng sự [1] đã công bố kết quả nghiên cứu độ tin cậy của nút kết cấu dàn thép với mặt cắt ngang thanh hình chữ nhật rỗng dựa trên phương pháp điều kiện biên phân bố. Trong bài báo này, các tác giả đã nghiên cứu đề xuất hàm phân bố biến ngẫu nhiên của diện tích mặt cắt ngang. Từ hàm phân bố này các tác giả đã dự đoán xác xuất hỏng của nút dàn. Cùng năm 2021, Sergey A. Solovyev và cộng sự [2] đã nghiên cứu phân tích độ tin cậy của kết cấu dàn phẳng trong trường hợp các đại lượng tải trọng, tính chất cơ lý của vật liệu có thông tin thống kê hạn chế. Kết qủa nghiên cứu cho phép xác định được khoảng xác xuất an toàn của kết cấu.

Khi tính toán kết cấu theo lý thuyết độ tin cậy, các biến đầu vào của bài toán không chắc chắn (kích thước hình học, tải trọng, đặc trưng cơ lý của vật liệu) được gọi là các biến ngẫu nhiên thường được ký hiệu là $X = (X_1, X_2, X_3, \dots X_n)$. Gọi Q là hiệu ứng tải trọng tác dụng lên kết cấu (ứng suất, biến dạng, chuyển vị…) có kỳ vọng μ_Q và độ lệch chuẩn σ_Q. R là sức kháng hay khả năng chịu lực của vật liệu (giới hạn tỉ lệ, giới hạn chảy, giới hạn mỏi,…) có giá trị trung bình μ_R và độ lệch chuẩn σ_R. Đặt M=R-Q được gọi là khoảng dự trữ an toàn, M thường được gọi là hàm trạng thái (State function) hay hàm công năng (Performance function). Lúc này hàm trạng thái M là hàm của các biến ngẫu nhiên X và được mô tả [4,8,9]:

$$M = g(X_1, X_2, X_3, \dots X_n) \tag{1}$$

Mặt phá hoại hay trạng thái giới hạn (limit state) được xác định khi M=0. Đây là ranh giới giữa miền an toàn trong không gian tham số tính toán. Khi tính toán độ tin cậy của kết cấu, tức là tính xác xuất an toàn của kết cấu. Xác xuất an toàn của kết cấu sẽ có dạng:

$$P_S = P(M > 0) = P(R > Q) \tag{2}$$

Để xác định được xác xuất an toàn của kết cấu theo (2) ta sẽ tính toán thông qua chỉ số độ tin cậy β, với chỉ số độ tin cậy được xác định:

$$\beta = \frac{\mu_M}{\sigma_M} \tag{3}$$

trong đó: μ_M là kỳ vọng của M và σ_M là độ lệch chuẩn của M.

Lúc này, xác xuất an toàn của kết cấu sẽ được xác định [3]:

$$\emptyset = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{x} \exp\left(\frac{-t^2}{2}\right) dt \Big|_{x=\beta} \tag{4}$$

2. PHƯƠNG PHÁP TUYẾN TÍNH HÓA ĐỂ PHÂN TÍCH BÀI TOÁN ĐỘ TIN CẬY CỦA KẾT CẤU DÀN

Phương pháp tuyến tính hóa

Trong toán học, chuỗi Taylor của một hàm số là tổng vô hạn của các phần tử biểu diễn bằng các đạo hàm của hàm đó tại một điểm. Xét hàm thực hoặc phức f(x) khả vi vô hạn tại số thực hay số phức a, khi khai triển hàm theo chuỗi Taylor tại điểm a được mô tả như sau:

$$f(x) = f(a) + \frac{f'(a)}{1!}(x-a) + \frac{f''(a)}{2!}(x-a)^2 + \cdots + \frac{f^{(n)}(a)}{n!}(x-a)^n + \cdots \tag{5}$$

trong đó: n! = 1 x 2 x 3 x … x n ký hiệu là giai thừa của n

Công thức (5) có thể viết gọn lại:

$$f(x) = f(a) + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{f^{(n)}(a)}{n!}(x-a)^n \tag{6}$$

trong đó: $f^{(n)}(a)$ là đạo hàm bậc n của hàm f tại vị trí điểm a. Trường hợp đặc biệt nếu a=0 thì lúc này chuỗi Taylor được gọi là chuỗi Maclaurin.

Tổng từng phần của n + 1 phần tử đầu tiên của chuỗi Taylor là đa thức bậc n được gọi là đa thức Taylor bậc n của hàm số. Các đa thức Taylor là các xấp xỉ của hàm số và thường cho giá xấp xỉ chính xác hơn khi n tăng. Định lý Taylor tính xấp xỉ sai số của các đa thức đó. Nếu chuỗi Taylor của hàm đó hội tụ, tổng của nó là giới hạn của dãy các đa thức Taylor. Giá trị hàm số có thể khác với tổng của chuỗi Taylor, kể cả khi chuỗi Taylor của nó hội tụ. Một hàm số là hàm giải tích tại điểm x khi nó bằng tổng chuỗi Taylor của nó trên một khoảng mở (hay hình tròn mở trong mặt phẳng phức) nào đó chứa x. Điều này cho thấy hàm số giải tích tại mọi điểm trên khoảng (hay trên hình tròn).

Khi $|x-a| \ll 1$ thì các giá trị bậc cao hơn 1 trong mô tả chuỗi Taylor có hể bỏ qua, lúc này hàm $f(x)$ có thể có thể được tính toán gần đúng theo khai triển tuyến tính như sau:

$$f(x) \approx f(a) + \sum_{i=1}^{n} \frac{f'(x)}{1!}\Big|_{x=a} (x-a) \tag{7}$$

Trong trường hợp tổng quát hàm có "n" biến $X = (X_1, X_2, X_3, \dots X_n)$, hàm được tính toán gần đúng theo khai triển tuyến tính hóa tại điểm $X_0 = (\mu_1, \mu_2, \mu_3, \dots \mu_n)$ như sau:

$$f(X) \approx f(\mu_1, \mu_2, \mu_3, \dots \mu_n) + \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{\partial f(X)}{\partial X_i}\Big|_{X=X_0} (X_i - \mu_i) \right) \tag{8}$$

Phương pháp tuyến tính trong việc phân tích bài toán độ tin cậy của kết cấu dàn

a. Hàm có một biến ngẫu nhiên

Xét đại lượng ngẫu nhiên X có kỳ vọng μ_X và độ lệch chuẩn σ_X. Giả sử khi đại lượng ngẫu nhiên X nằm trong khoảng (X_1; X_2) thì P(X_1< X < X_2) ≈1. Xét hàm Y là một hàm phi tuyến đối với X trong đoạn [X_1; X_2] khi giá trị X_1 - X_2 đủ nhỏ thì thì ta có thể xem xét giá trị của M được tính gần đúng theo phương pháp tuyến tính hóa theo công thức (7) tại giá trị kỳ vọng của $X = \mu_X$

$$Y(X) = Y(\mu_X) + \frac{Y'(\mu_X)}{1!}(X - \mu_X) \tag{9}$$

$$Y(X) = Y(\mu_X) + Y'(\mu_X).X - Y'(\mu_X).\mu_X \tag{10}$$

Hàm Y(X) có kỳ vọng và phương sai lần lượt: $Y(\mu_X)$

b. Hàm nhiều biến ngẫu nhiên:

Xét một hàm có n đại lượng ngẫu nhiên $(X_1, X_2, X_3, \dots X_n)$ có kỳ vọng tương ứng là $(\mu_1, \mu_2, \mu_3, \dots \mu_n)$. Nếu gọi f là hàm của các biến ngẫu nhiên $(X_1, X_2, X_3, \dots X_n)$, lúc này f được viết: $f(X_1, X_2, X_3, \dots X_n)$.

Gọi μ_f và D_f lần lượt là kỳ vọng và phương sai của hàm f, khi khai triển chuỗi Taylor hàm f tại điểm kỳ vọng $(\mu_1, \mu_2, \mu_3, \dots \mu_n)$ như sau:

$$Y = \emptyset(\mu_1, \mu_2, \mu_3, \dots \mu_n) + \sum_{i=1}^{n} \frac{\partial \emptyset}{\partial X_i}\Big|_{\mu_i} (X_i - \mu_i) \tag{11}$$

Kỳ vọng của hàm f:

$$M_Y = \emptyset(\mu_1, \mu_2, \mu_3, \dots \mu_n) \tag{12}$$

Bình phương độ lệch chuẩn quần phương:

$$\sigma_Y^2 = \sum_{i=1}^{n} \frac{\partial \emptyset}{\partial X_i}\Big|_{\mu_i} \sigma_i^2 + 2\sum_{i<j}^{n} \frac{\partial \emptyset}{\partial X_i}\Big|_{\mu_i} . \frac{\partial \emptyset}{\partial X_j}\Big|_{\mu_j} r_{ij}.\sigma_i \, .\sigma_j \tag{13}$$

trong đó: r_{ij} và σ_i, σ_j lần lượt là hệ số tương quan và độ lệch quần phương của các đại lượng X_i, X_j [9]. Trường hợp các đại lượng không tương quan, nghĩa là $r_{ij} = 0$ nếu $i \neq j$ ta có:

$$\sigma_Y^2 = \sum_{i=1}^{n} \frac{\partial \emptyset}{\partial X_i}\Big|_{\mu_i} \sigma_i^2 \tag{14}$$

Như vậy, để tính toán độ tin cậy của kết cấu theo phương pháp tuyến tính hóa trước tiên phải tính toán trong bài toán tiền định với các đại lượng ngẫu nhiên khi tính toán được coi là các tham số. Kết quả tính toán của bài toán sẽ là hàm của các biến là các đại lượng ngẫu nhiên. Để phân tích nội lực, chuyển vị của bài toán tiền định theo các đại lượng ngẫu nhiên, bài báo sẽ dựa vào phương pháp phần tử hữu hạn để xác định. Độ tin cậy của kết cấu dàn theo phương pháp tuyến tính hóa kết hợp với phương pháp phần tử hữu hạn, trong nghiên cứu này đề xuất thực hiện theo các bước sau đây.

Bước 1: Rời rạc hóa kết cấu dàn thành các phần tử thanh chịu kéo nén đúng tâm.

Bước 2: Đánh số hiệu mã phần tử và mã bậc tự do cho các nút dàn trong hệ tọa độ chung;

Bước 3: Xác định ma trận độ cứng của từng phần tử thanh dàn trong hệ trục tọa độ chung theo công thức :

$$[K']_e = \frac{EA}{l}\begin{bmatrix} c^2 & cs & -c^2 & -cs \\ cs & s^2 & -cs & -s^2 \\ -c^2 & -cs & c^2 & cs \\ -cs & -s^2 & cs & s^2 \end{bmatrix} \quad (15)$$

Trong bước này các đại lượng nào là đại lượng ngẫu nhiên, khi tính toán ma trận độ cứng của các phần tử ta phải để dưới dạng là các biến.

Bước 4: Xác định ma trận độ cứng tổng thể của toàn bộ kết cấu dàn trong hệ tọa độ chung. Ma trận độ cứng tổng thể của kết cấu dàn lúc này cũng tính được dưới dạng là hàm của các biến ngẫu nhiên;

Bước 5: Xác định véctơ tải trọng tác dụng nút của toàn bộ kết cấu dàn trong hệ tọa độ chung.

Bước 6: Xác định các thành phần chuyển vị tại các nút của toàn hệ kết cấu dàn bằng cách giải phương trình cân bằng cho toàn hệ:

$[K^*]\{\delta^*\} = \{F^*\}$ (16)

Giải phương trình (16) ta sẽ tìm được giá trị véc tơ chuyển vị tại các nút dàn sẽ là hàm của các đại lượng ngẫu nhiên.

Bước 7: Xác định nội lực trong các thanh dàn. Sau khi xác định được các thành phần chuyển vị tại các nút dàn, ta sẽ xác định được nội lực của các thanh dàn dựa theo công thức sau :

$$N_{ij} = \frac{EA_{ij}}{l_{ij}}\left[\cos\alpha . (u_j - u_i) + \sin\alpha (v_j - v_i)\right] \quad (17)$$

Bước 8: Xác định khoảng an toàn theo điều kiện bền và điều kiên.

M=R-S (18)

trong đó: M - được gọi là quãng an toàn;

R - là cường độ cho phép của vật liệu nếu tính toán theo điều kiện bền; là chuyển vị cho phép nếu tính toán theo điều kiện chuyển vị;

S - là ứng suất xuất hiện ở trong thanh dàn nếu tính toán theo điều kiện bền; là chuyển vị tại các nút dàn nếu tính toán theo điều kiện chuyển vị.

Vì nội lực trong các thanh dàn và các thành phần chuyển vị tại các nút dàn đã tính được ở bước 6, bước 7 là hàm của các biến ngẫu nhiên. Nên quãng an toàn của các phần tử tính ở bước này cũng sẽ là hàm của các biến ngẫu nhiên.

Bước 9: Xác định kỳ vọng và độ lệch quần phương của khoảng an toàn: Sau khi xác định được khoảng an toàn theo các điều kiện bền và điều kiện cứng ở bước 9 ta sẽ xác định được:

- Kỳ vọng của khoảng an toàn (μ_M): muốn xác định kỳ vọng của khoảng an toàn bằng cách thay giá trị kỳ vọng của các biến ngẫu nhiên vào biểu thức của khoảng an toàn.

- Độ lệch quần phương của khoảng an toàn (σ_M): Giả sử khoảng an toàn có n biến ngẫu nhiên là X1, X2, …, Xn theo công thức (14) như sau:

$$\sigma_M = \sqrt{\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{\partial M}{\partial X_i}\sigma_{X_i}\right)^2} \quad (19)$$

Bước 10: Tính độ tin cậy của phần tử: sau khi xác định được kỳ vọng và độ lệch quần phương của khoảng an toàn ở bước 9, ta sẽ xác định được chỉ số độ tin cậy của phần tử theo công thức:

$$\beta = \frac{\mu_M}{\sigma_M} \quad (20)$$

Sau khi xác định được chỉ số độ tin cậy của phần tử, độ tin cậy của phần tử sẽ xác định bằng công thức [9]:

$$P_s = 1 - P_f = 1 - \frac{1}{\sqrt{2\pi}} exp\left[-\frac{1}{2}\beta^2\right] \quad (21)$$

Bước 11: Tính độ tin cậy của kết cấu

Khi tính toán, thiết kê thì coi kết cấu được an toàn nếu xem như bộ phận yếu nhất của kết cấu thỏa mãn thì toàn bộ hệ kết cấu thỏa mãn. Quan niệm như vậy trong các bài toán xác định độ tin cậy của các kết cấu siêu tĩnh phức tạp thì việc tính toán độ tin cậy của kết cấu được thay thế gần đúng bởi độ tin cậy của phần tử yếu nhất.

Đối với bài toán kết cấu dàn tĩnh định thì hệ kết cấu được coi hệ các phần tử nối tiếp với nhau vì vậy độ tin cậy của kết cấu tĩnh định với m thanh dàn được xác định như sau: $P = P_1 \times P_2 \times P_3 \times \ldots \times P_{1m}$.

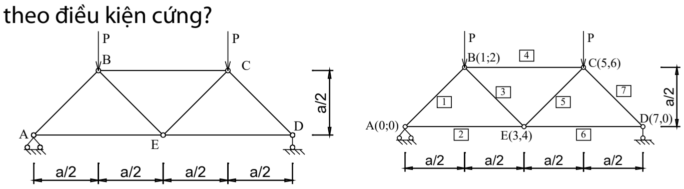
3. VÍ DỤ PHÂN TÍCH

Cho kết cấu dàn có các thông số hình học và chịu tác dụng như hình vẽ, biết các thanh có các thông số đặc trưng vật liệu, hình học như sau: $E = 2.10^4(kN/cm^2)$, $A = 4(cm^2)$, $[\sigma] = 20(kN/cm^2)$, $a = 100(cm)$. Độ sai lệch của các đại lượng: $\widehat{X_P} = 5\%P$, $\widehat{X_A} = 10\%A$, $\widehat{X_a} = 5\%a$ và giá trị chuyển vị cho phép theo phương y tại nút dàn $[\Delta_y] = 0{,}5(cm)$.

1. Xác định giá trị tải trọng cho phép $[P]$ để kết cấu thỏa mãn điều kiện bền và điều kiện cứng?

2. Với giá trị $[P]$ tìm được hãy xác định độ tin cậy của kết cấu theo điều kiện bền?

3. Với giá trị $[P]$ tìm được hãy xác định độ tin cậy của kết cấu theo điều kiện cứng?



a- Kết cấu dàn khi chịu lực *b- Rời rạc kết cấu dàn thành các phần tử*

Hình 1. Hình vẽ ví dụ 1

Lời giải

Xác định giá trị tải trọng cho phép [P] để kết cấu thỏa mãn điều kiện bền và điều kiện cứng

Sau khi rời rạc hóa kết cấu dàn thành các phần tử và đánh số thứ tự phần tử và số mã bậc tự do tổng thể cho kết cấu như hình 1b. Trong bài toán này, diện tích (A) và chiều dài thanh dàn (a) là các đại lượng ngẫu nhiên, nên khi tính toán ma trận độ cứng của toàn bộ kết cấu dàn thì ta coi các đại lượng A, a là các tham số. Sau khi xác định độ cứng của toàn bộ kết cấu dàn và véc tơ tải trọng tác dụng nút của toàn hệ trong hệ trục tọa độ chung. Giải phương trình cân bằng toàn hệ (16), sẽ xác định các thành phần chuyển vị tại các nút dàn:

$\{\delta_1 \ \delta_2 \ldots \ \delta_7\} = \frac{Pa}{A}10^{-2}\{0{,}0075 \quad -0{,}0145 \quad 0{,}005 \quad -0{,}0170 \quad 0{,}0025 \quad -0{,}0145 \quad 0{,}01\}^T$ (21)

Kết quả nội lực trong các thành dàn (17) như sau:

$\{N_1 \ N_2 \ N_3 \ N_4 \ N_5 \ N_6 \ N_7\} = P\{-1.4142 \quad 1 \quad 0 \quad -1 \quad 0 \quad 1 \quad -1{,}142\}^T$ (22)

Để kiểm tra độ chính xác của kết quả phân tích, bài báo đã phân tích theo phần mềm Sap 200 tương ứng với P = 100 kN, a = 100 cm, A=4 cm^2. Kết quả sai lệch giữa hai phương pháp được thể hiện như trong trong bảng 1 và bảng 2.

Theo bảng 1 và bảng 2 thì thấy kết quả nội lực và chuyển vị khi giải bài toán tiền định kết cấu dàn với một số đại lượng ngẫu nhiên theo phương pháp để xuất trong bài báo là tin cậy.

Bảng 1. Kết quả so sánh nội lực trong các thanh

Thanh	1	2	3	4	5	6
Nội lực (kN) theo PP đề xuất	-141,42	100	0	-100	0	100
Nội lực (kN) theo Sap 2000	-141,48	100,03	-0,013	-100,03	-0,013	100,03
Phần trăm sai lệch (%)	0,042	0,03		0,03		0,03

Bảng 2. Kết quả so sánh các thành phần chuyển vị tại các nút dàn

Chuyển vị	1	2	3	4	5	6	7
Chuyển vị (cm) theo PP đề xuất	0,1875	-0,3625	0,125	-0,425	0,0625	-0,3625	0,25
Chuyển vị (cm) theo Sap 2000	0,1876	-0,3645	0,1251	-0,427	0,0625	-0,3645	0,2502
Phần trăm sai lệch (%)	0,0533	0,5487	0,0799	0,4684	0,0000	0,5487	0,0799

*** Điều kiện bền của hệ:** Để hệ thỏa mãn điều kiện bền:

$$\sigma_{max}^{(1,2,3,4,5,6,7)} = \frac{N_{max}^{(1,2,3,4,5,6,7)}}{A} = \frac{1,4142P}{A} \le [\sigma] = 20(kN/cm^2)$$

$$P \le 56,56kN \quad (23)$$

Giá trị tải trọng cho phép theo điều kiện bền của hệ: [P] = 56,56(kN)

*** Điều kiện cứng của kết cấu dàn:** Điều kiện chuyển vị theo phương y: $\delta_y = max\{\delta_2, \delta_4, \delta_6\} = \frac{0,0170.Pa}{100.A} \le [\Delta_y] = 0,5(cm)$

$$P \le 117,64kN \quad (24)$$

Giá trị tải trọng cho phép theo điều kiện cứng của hệ: [P] = 117,64 (kN)

Từ (23) và (24), để hệ kết cấu đảm bảo điều kiện bền và điều kiện cứng ta chọn giá trị tải trọng cho phép: [P] = 56,56 (kN).

3.2. Xác định độ tin cậy của kết cấu theo điều kiện bền

- Xác suất an toàn thanh 1 và thanh 7: Khoảng an toàn được tính theo điều kiện bền như sau: M = R – S ≥ 0

trong đó: $M = [\sigma] - \frac{N_{1,7}}{A_{1,7}} = 20 - \frac{1,4142P}{A}$

Theo các công thức (19), (20) sẽ xác định được chỉ số độ tin cậy:

$$\beta = \frac{\mu_M}{\sigma_M} = \frac{0,003}{2,234} = 0,001$$

Xác suất an toàn thanh 1 và 7 được xác định (theo công thức 21) là: $P_s^{(1,7)} = 1 - P_f^{(1,7)} = 1 - 0,3989 = 60,11\%$

- Tương tự như vậy, ta sẽ xác định được xác suất an toàn thanh 2,4,6 và thanh 3,5 với kết quả như sau:

Xác suất an toàn thanh 2,4,6 là: $P_s^{(2,4,6)} = 1 - P_f^{(2,4,6)} = 1 - 0,0098 = 99,02\%$

Xác suất an toàn thanh 3, 5: $P_s^{(3,5)} = 100\%$

- Độ tin cậy hệ kết cấu tĩnh định có nhiều biến ngẫu nhiên theo điều kiện bền là:

$$P = P_s^{(1)} x P_s^{(2)} x P_s^{(3)} x P_s^{(4)} x P_s^{(5)} x P_s^{(6)} x P_s^{(7)} = 0,3508 = 35,08\%$$

3.3. Xác định độ tin cậy của kết cấu theo điều kiện cứng

- Chuyển vị lớn nhất theo phương y: $\delta_y = \frac{0,0170.PA}{100A}$

- Quãng an toàn: M = R – S ≥ 0

trong đó: $M = [\delta_y] - \frac{0,0170.PA}{100A} = 0,5 - \frac{0,0170.PA}{100A}$

$$\beta = \frac{\mu_M}{\sigma_M} = \frac{0,259}{0,208} = 9,25$$

- Xác suất an toàn theo điều kiện cứng được xác định (21) là:

$$P_s^{(y)} = 1 - P_f^{(y)} = 1 - 0 = 100\%$$

4. KẾT LUẬN

Qua các kết quả nghiên cứu đã được trình bày trong nội dung bài báo, có thể rút ra một số kết luận sau đây:

- Dựa trên phương pháp phần tử hữu hạn có thể phân tích được nội lực và chuyển vị của bài toán kết cấu dàn khi kể đến một số thông số đầu vào của bài toán (mặt cắt ngang, chiều dài thanh, tải trọng…) là đại lượng ngẫu nhiên.

- Trên cơ sở kết hợp phương pháp tuyến tính hóa và phương pháp phần tử hữu hạn, trong nội dung bài báo đã trình bày các bước để xác định độ tin cậy của các phần tử của kết cấu dàn khi kết cấu dàn có một hoặc nhiều đại lượng ngẫu nhiên.

- Kết quả phân tích độ tin cậy của kết cấu dàn khi tính toán ban đầu kết cấu dàn đã đảm bảo đủ khả năng chịu lực theo điều kiện bền và điều kiện cứng. Tuy nhiên nếu tính theo lý thuyết độ tin cậy thì xác xuất an toàn cho các kết cấu này không phải là 100%. Điều này có thể lý giải một số trường hợp gây ra sự cố mất an toàn công trình trong thực tế khi các kết cấu trong quá trình thiết kế đã được tính toán đảm bảo.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

[1] A. S. Anastasia, A. S. Sergey, Reliability analysis of RHS steel strusses jiont based on the P-Boxes approach, International Journal for Computational Civil and Structural Engineering, 17 (1) 87-98 (2021).

[2] A. S. Sergey, A. S. Anastasia, Structural Reliability analysis of a planar truss in case of limited statistical, E3S Web of Conferences 247, 01073 (2021).

[3] E. M. Robert, T. B. Andre, Structural Reliability Analysis an Prediction, Jonh Wiley & Sons Ltd (2018).

[4] H. L. Jun, A comparative suty of Monte Carlo Simulation and M5Tree method on reliability analysis of truss structure, Highlights in science, Engineering and Technology, Volum 25 (2022).

[5] K. Behrooz, K. Ozgur, M5 model tre and Monte Carlo simulation for efficient structural reliability analysis, Applied Methematical Modelling 48 (2017) 899-910.

[6] M. Kreja, P. Janas, V. Krejsa, Structural Reliability Analysis Using DOProC Method, Procedia Engineering (142) 34-41 (2016).

[7] R. H. V. Seyed, M. Hashem, A. F. Mohammad, Reliability assessment of struss structures with natural frequency constrains using metaheuristic algorithms, Journal of Building Engineering 28 (2020).

[8] S. N. Andrzej, R. C. Kevin, Reliability of structures, CRC Press, 2012 Dec 20.

[9] S. Ranganathan, Structural Reliability Analysis and Design, Jaico Publishing House (1999).

[10] Z. Enrico, The Monte Carlo Simulation Method for System Reliability and Risk Analysis, Doi 10.1007/978-1- 4471- 4588-2.

[11] Zh. Hao, H. Zh. Dai, B. Michael, W. Wang, Structural reliability analysis on the basic of small samples: An interval quasi-Monte Carlo method, Machanical System and signal Processing (37) 137-151 (2017).