

Đánh giá độ tin cậy mờ theo thời gian của kết cấu khung phẳng chịu tải trọng động

Assessment of fuzzy reliability over time of flat frame structures subject to dynamic loads

> TS LÊ CÔNG DUY¹, THS PHAN ĐÌNH THOẠI²

¹Khoa KTCT, Trường ĐH Xây dựng Miền Trung, Phần hiệu Đà Nẵng; Email: lecongduy@muce.edu.vn

²Khoa xây dựng, Trường ĐH Duy Tân, Đà Nẵng; Email: dinhthoai1989@gmail.com

TÓM TẮT

Bài báo trình bày tổng quan về cơ sở lý thuyết đánh giá độ tin cậy của kết cấu theo công thức "Tỷ số diện tích". Từ đó, nhóm tác giả sử dụng phần mềm Maple để giải phương trình vi phân dao động cho kết cấu khung phẳng 5 tầng và 1 nhịp chịu tải trọng động dạng tuần hoàn với tham số đầu vào dạng số mờ. Áp dụng công thức "Tỷ số diện tích" để đánh giá độ tin cậy theo thời gian về chuyển vị và độ bền cho kết cấu. Đồng thời cũng khảo sát sự ảnh hưởng của biên độ tải trọng động mờ ảnh hưởng đến độ tin cậy của kết cấu.

Từ khóa: Số mờ; phân tích mờ; độ tin cậy mờ của kết cấu; dao động kết cấu có tham số mờ.

ABSTRACT

This article presents an overview of the theoretical basis for assessing the reliability of structures according to the formula "Area ratio". From there, the authors used Maple software to solve the vibration differential equation for a 5-storey and 1-span flat frame structure subjected to cyclic dynamic loads with fuzzy input parameters. Apply the "Area Ratio" formula to evaluate the reliability over time of displacement and durability of the structure. At the same time, the influence of fuzzy dynamic load amplitude on the reliability of the structure is also investigated.

Keywords: Fuzzy numbers; fuzzy analysis; Fuzzy reliability of structures; structural fluctuations with fuzzy parameters.

1. ĐẶT VẤN ĐỀ

Thông tin không đầy đủ hay thiếu thông tin trong các bài toán kỹ thuật là vấn đề phổ biến. Sự thiếu thông tin dẫn đến sai lệch trong việc quan sát xác định giá trị của các tham số đầu vào cũng như sai lệch của kết quả tính toán của các đại lượng đầu ra. Các tham số đầu vào và mô hình kết cấu của công trình xây dựng thường được thiết lập dựa vào mặt bằng, bản vẽ, việc đo đạc, quan sát, kinh nghiệm, hiểu biết chuyên gia, quy chuẩn và tiêu chuẩn. Các yếu tố này có tính không chắc chắn tác động đến kết cấu công trình, có thể được sử dụng là tham số có tính ngẫu nhiên, tham số khoảng hay

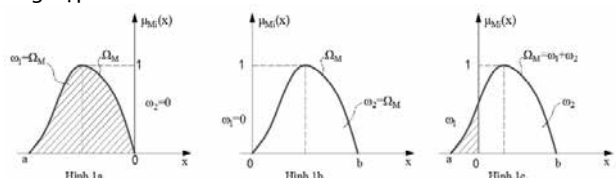
tham số mờ. Trong phạm vi nghiên cứu của bài viết, xem các yếu tố tác động đến kết cấu là các đại lượng có tính không chắc chắn được biểu diễn dưới dạng các số mờ, khoảng giá trị của các biến đầu vào được tham khảo dựa trên các tài liệu trong và ngoài nước.

Từ phân tích trên cho thấy, việc phân tích trạng thái kết cấu có tham số đầu vào không chắc chắn dưới dạng số mờ là thật sự cần thiết. Nghiên cứu các phương pháp tính toán xác định nội lực kết cấu có tham số đầu vào không chắc chắn dạng số mờ trên cơ sở sử dụng lý thuyết mờ là một vấn đề đang được quan tâm của các nhà khoa học trên thế giới cũng như ở Việt Nam [8-10]. Việc ứng dụng lý thuyết mờ vào ngành kỹ thuật xây dựng để đánh giá độ tin cậy cho kết cấu là một vấn đề đang được quan tâm nghiên cứu ở Việt Nam.

Ngành Xây dựng trong những năm gần đây, các nhà nghiên cứu trong và ngoài nước đã công bố nhiều bài báo liên quan đến bài toán đánh giá độ tin cậy của kết cấu theo các quan điểm ngẫu nhiên, mờ và khoảng [3-10]. Với nhiều quan điểm và mô hình đánh giá độ tin cậy khác nhau, trong bài báo này nhóm tác giả áp dụng một quan điểm tính toán đánh giá độ tin cậy của kết cấu theo lý thuyết mờ đã được trình bày trong [4] để đánh giá độ tin cậy cho kết cấu khung phẳng 1 nhịp 5 tầng với các biến đầu vào là kích thước tiết diện, tải trọng tác dụng và đặc trưng vật liệu là các tham số không chắc chắn dạng số mờ.

2. CƠ SỞ LÝ THUYẾT TÍNH TOÁN

Công thức đánh giá với tên gọi "Tỷ số diện tích" đã được trình bày chi tiết trong [4]. Công thức được thiết lập trong trường hợp các tham số ảnh hưởng đến bài toán đánh giá là các tham số mờ, được thiết lập dựa trên cơ sở so sánh tập trạng thái của kết cấu \tilde{Q}_i với tập khả năng của kết cấu \tilde{R}_i . Độ tin cậy mờ của phần tử kết cấu được xác định bằng cách xét tập $\tilde{M}_i = \tilde{R}_i - \tilde{Q}_i$ là khoảng an toàn. Dựa trên phép toán của số mờ để xác định tập mờ \tilde{M}_i , có thể xảy ra ba trường hợp như trên Hình 1.



Hình 1. Các trường hợp tập mờ khoảng an toàn mờ \tilde{M}_i

Trên hình 1a, ta thấy hàm thuộc của tập mờ \tilde{M}_i nằm hoàn toàn bên trái trục tung nên độ không tin cậy của nó là $P=1$ hay độ tin cậy $P_5=0$.

Trên hình 1b. ta thấy hàm thuộc của tập mờ \tilde{M}_i nằm hoàn toàn bên phải trục tung nên độ không tin cậy của nó là $P_f=0$ hay độ tin cậy $P_s=1$.

Trường hợp tổng quát như hình 1c. ta thấy hàm thuộc của tập mờ \tilde{M}_i có một phần nằm bên trái trục tung và một phần nằm bên phải trục tung, độ không tin cậy của kết cấu được xác định bằng xác suất xuất hiện phần phân bố bên trái điểm 0 của khoảng mờ an toàn \tilde{M}_i :

$$\text{Prob}(\tilde{M}_i < 0) = P_f = \frac{\omega_1}{\Omega_M} = \frac{\int_a^0 \mu_{\tilde{M}_i}(x) dx}{\int_a^b \mu_{\tilde{M}_i}(x) dx}$$

Theo định nghĩa thì độ tin cậy P_s của phần tử chính xác bằng xác suất không hỏng của phần tử được tính theo công thức:

$$\text{Prob}(\tilde{M}_i > 0) = P_s = \frac{\omega_2}{\Omega_M} = \frac{\int_0^b \mu_{\tilde{M}_i}(x) dx}{\int_a^b \mu_{\tilde{M}_i}(x) dx}$$

Ta thấy: $P_s + P_f = 1$ như trong định nghĩa độ tin cậy theo mô hình ngẫu nhiên.

3. ỨNG DỤNG ĐÁNH GIÁ ĐỘ TIN CẬY THEO THỜI GIAN CỦA KẾT CẤU KHUNG PHẪNG CHỊU TẢI TRỌNG ĐỘNG

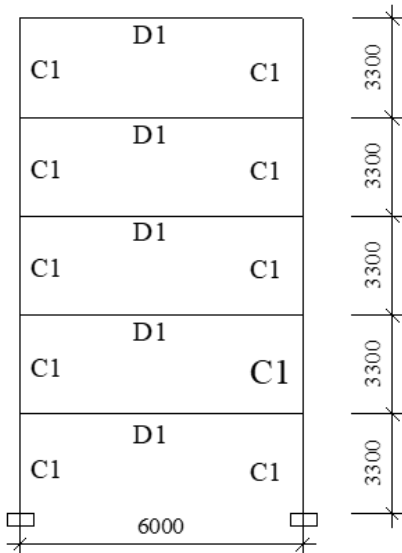
3.1 Đặt bài toán

Với kết cấu khung ngang phẳng có 1 nhịp, 5 tầng với kích thước hình học như sơ đồ Hình 2. Tác giả sử dụng thuật toán trong [1], [2] để xác định chuyển vị đỉnh và mô men tại chân cột. Từ kết quả đó, tính toán độ tin cậy về điều kiện chuyển vị đỉnh và điều kiện bền của kết cấu khi chịu tác dụng của tải trọng động $\tilde{F}(t) = \tilde{P} \cdot \sin(\tilde{r}t)$ đặt tại các mức sàn theo phương ngang. Biết hệ số cản $\tilde{\xi}$, biên độ tải trọng \tilde{P} và mô đun vật liệu \tilde{E} là các số mờ có giá trị cận dưới, giá trị trung tâm và giá trị cận trên được cho như sau:

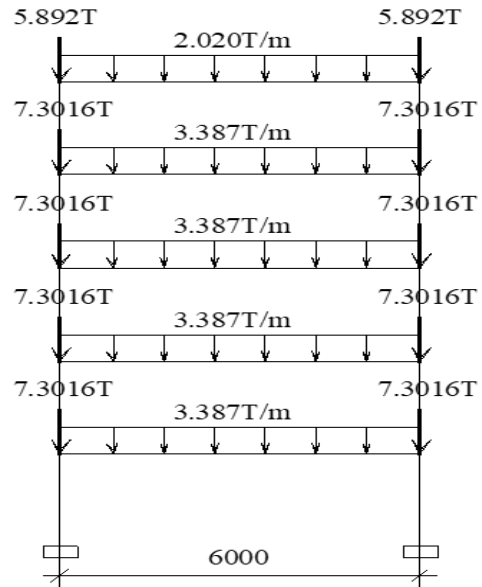
$$\tilde{\xi} = (\xi^L, \xi^C, \xi^U) = (0.01, 0.05, 0.1); \quad \tilde{P} = (P^L, P^C, P^U) = (63, 70, 77) kN;$$

$$\tilde{E} = (E^L, E^C, E^U) = (2.385, 2.65, 2.915) \cdot 10^3 kN/cm^2$$

Các số liệu kích thước dầm, cột tất định như sau: D1 = 25 x 50 (cm); C1 = 30 x 50 (cm);



Hình 2. Sơ đồ kích thước khung



Hình 3. Sơ đồ tải trọng tĩnh

3.2 Kết quả phân tích

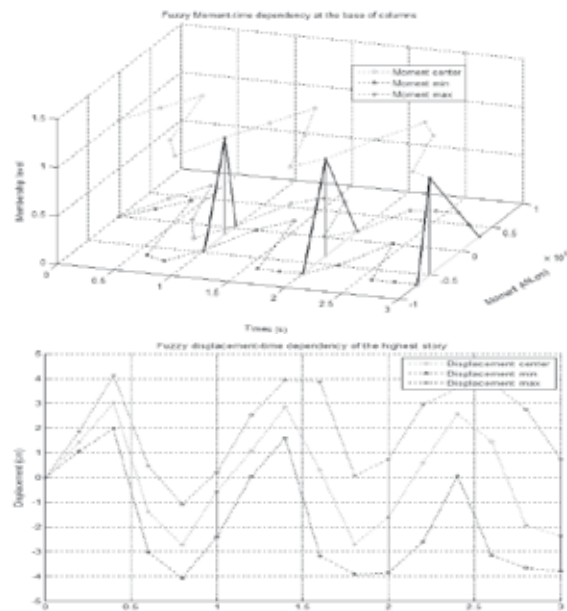
3.2.1 Mô hình tính toán

Tải trọng tĩnh tải và hoạt tải của công trình đã được thể hiện và tính toán cụ thể trong [1], [2]. Sử dụng mô hình tính toán như Hình 4 với hệ khung đang xét có 5 bậc tự do tương ứng với 5 khối lượng tập trung tại cao độ sàn dưới tác dụng của tải trọng động. Bài toán dao động chứa các tham số không chắc chắn dưới dạng tham số mờ được biểu diễn dưới dạng phương trình vi phân dao động mờ như sau:

$$[\tilde{M}]\{\ddot{\tilde{x}}\} + [\tilde{C}]\{\dot{\tilde{x}}\} + [\tilde{K}]\{\tilde{x}\} = [\tilde{F}]$$

trong đó: $[\tilde{M}]$, $[\tilde{C}]$, $[\tilde{K}]$, $[\tilde{F}]$ lần lượt là các ma trận khối lượng, ma trận cản nhớt, ma trận độ cứng và ma trận tải trọng động mờ của hệ kết cấu.

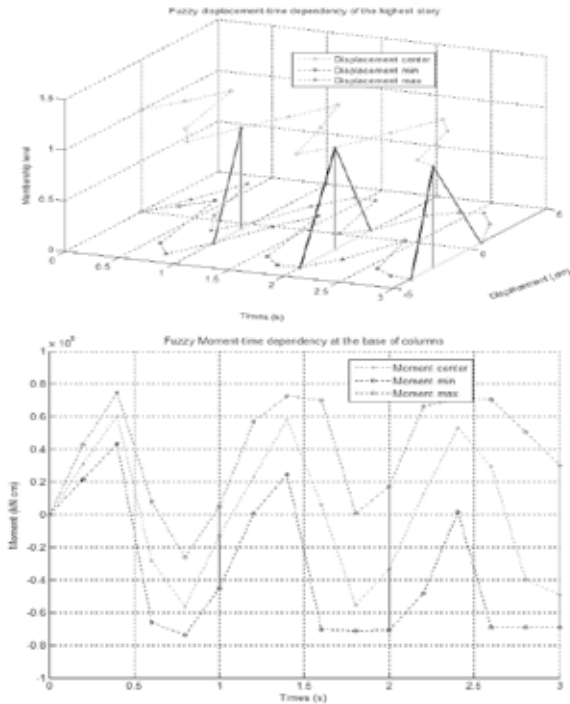
Áp dụng cách giải phương trình vi phân dao động được trình bày chi tiết ở [1], [2] để xác định giá trị chuyển vị đỉnh mà mô men tại chân cột của hệ kết cấu.



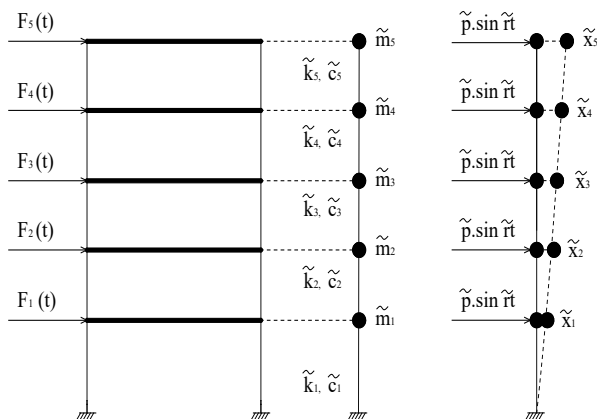
Hình 4. Sơ đồ tính dao động của kết cấu khung

3.3.2 Kết quả tính toán

Với khoảng thời gian $t=3s$ đã đủ để khảo sát được các giá trị min và max của chuyển vị đỉnh và mô men tại chân cột chịu tải trọng động. Tiến hành chia thành 16 bước thời gian tương ứng với các lát cắt thời gian tại t_0, t_1, \dots, t_{16} . Tại mỗi lát cắt thời gian sử dụng phần mềm Maple để tính giá trị cận dưới, trung tâm và cận trên của số mờ chuyển vị và mômen mờ tại chân cột. Tập hợp tất cả các giá trị min và max theo thời gian khảo sát thì được các đồ thị min, max và vẽ đồ thị biểu diễn chuyển vị đỉnh và mômen tại chân cột ứng với tần số dao động $r = 0.5\omega$, như ở Hình 5 và Hình 6



Hình 5. Đồ thị chuyển vị mờ tại đỉnh của kết cấu



Hình 6. Đồ thị mômen mờ tại chân cột của kết cấu

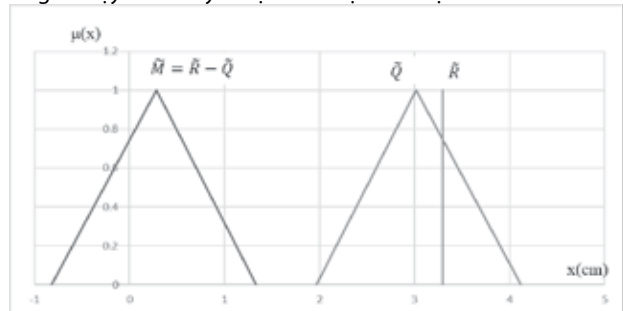
3.3 Đánh giá độ tin cậy cho kết cấu theo công thức “tỷ số diện tích”

Từ kết quả tính toán của phương trình vi phân dao động với tham số mờ, áp dụng công thức “tỷ số diện tích” để tiến hành đánh giá độ tin cậy về chuyển vị đỉnh và độ tin cậy về độ bền của hệ kết cấu theo thời gian.

3.3.1. Độ tin cậy chuyển vị đỉnh

Chuyển vị đỉnh cho phép lấy theo tiêu chuẩn $[\Delta] = 1/500$ chiều cao của công trình. Chuyển vị cho phép được biểu diễn dưới dạng

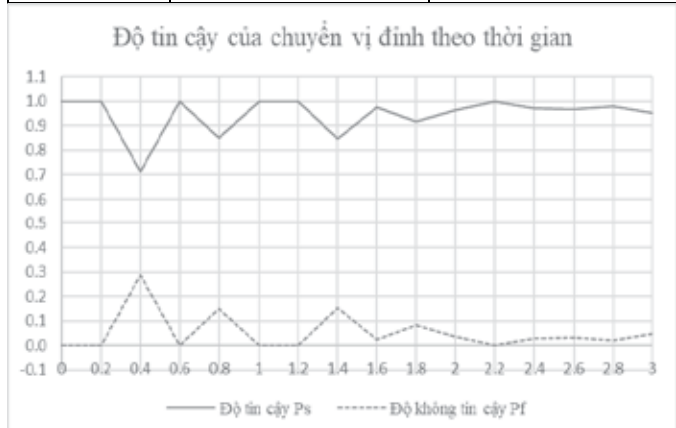
số mờ có giá trị cận dưới, giá trị trung tâm, giá trị cận trên $\tilde{\Delta} = (\Delta^L, \Delta^C, \Delta^U) = (3.3, 3.3, 3.3)cm$. Lấy kết quả chuyển vị đỉnh có dạng số mờ ở Hình 5 và so sánh với chuyển vị cho phép $[\Delta]$ lấy theo tiêu chuẩn. Để thể hiện độ tin cậy theo thời gian, nhóm tác giả đã tiến hành đánh giá độ tin cậy cho từng lát cắt thời gian $t=0.2s$. Đánh giá độ tin cậy tại một lát cắt cụ thể $t=0.4s$ theo công thức “tỷ số diện tích” đã được trình bày trong [4] và cách tính toán được thể hiện rõ ràng trên Hình 7. Kết quả độ tin cậy của chuyển vị đỉnh tại $t=0.4s$ là: $P_s = 0.715400$. Từ kết quả tính toán độ tin cậy của chuyển vị đỉnh cho từng lát cắt thời gian, kết quả về độ tin cậy của chuyển vị đỉnh theo thời gian được thể hiện ở Bảng 1 và đồ thị thể hiện độ tin cậy và độ không tin cậy của chuyển vị đỉnh được thể hiện như Hình 8



Hình 7. Mô hình tính độ tin cậy chuyển vị mờ tại $t=0.4s$

Bảng 1. Kết quả độ tin cậy của chuyển vị đỉnh theo thời gian

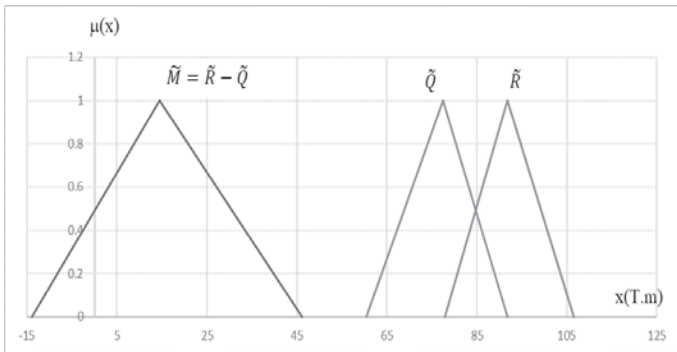
| T(s) | Chuyển vị đỉnh | |
|------|----------------------|----------------------------|
| | Độ tin cậy (P_s) | Độ không tin cậy (P_f) |
| 0.0 | 1.000000 | 0.000000 |
| 0.2 | 1.000000 | 0.000000 |
| 0.4 | 0.715400 | 0.284600 |
| 0.6 | 1.000000 | 0.000000 |
| 0.8 | 0.850989 | 0.149011 |
| 1.0 | 1.000000 | 0.000000 |
| 1.2 | 1.000000 | 0.000000 |
| 1.4 | 0.846737 | 0.153263 |
| 1.6 | 0.976702 | 0.023298 |
| 1.8 | 0.917183 | 0.082817 |
| 2.0 | 0.963574 | 0.036426 |
| 2.2 | 1.000000 | 0.000000 |
| 2.4 | 0.973763 | 0.026237 |
| 2.6 | 0.968353 | 0.031647 |
| 2.8 | 0.978653 | 0.021347 |
| 3.0 | 0.953260 | 0.046740 |



Hình 8. Độ tin cậy của chuyển vị đỉnh theo thời gian

3.3.2 Độ tin cậy độ bền theo thời gian.

Tại chân cột có kích thước là 30cmx50cm được bố trí thép là 6φ25 với diện tích là 24.952 cm², lực dọc tương ứng tại tiết diện do tải trọng tĩnh tác dụng lên kết cấu là N= 81.802T. Dựa vào cách tính toán đã được trình bày trong [4] ta xác định được khả năng $\bar{R} = (77.888, 91.828, 106.500)$. Từ giá trị mô men mở tại chân cột và lực dọc N, ta xác định hàm thuộc trạng thái \tilde{Q} . Từ hàm thuộc \tilde{Q} và hàm thuộc \bar{R} , sử dụng mô hình giao thoa mờ để tính độ tin cậy về điều kiện bền tại chân cột ứng với lát cắt tại thời gian t=0.4s và thể hiện như Hình 9. Kết quả độ tin cậy về điều kiện bền tại thời gian t=0.4s là: $P_s = 0.886396$



Hình 9. Mô hình tính độ tin cậy độ bền mờ tại t=0.4s

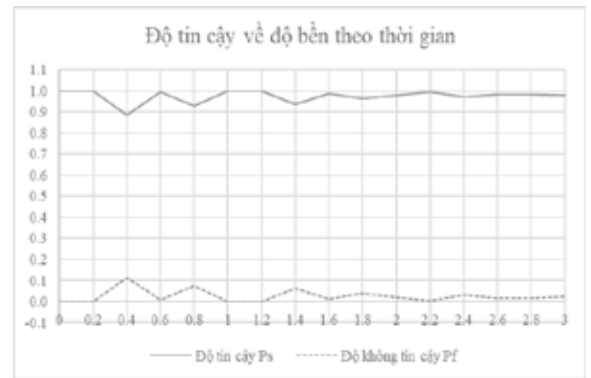
Tiến hành đánh giá độ tin cậy cho từng lát cắt với bước thời gian t=0.2s, kết quả độ tin cậy độ bền theo thời gian ứng với từng lát cắt được thể hiện ở Bảng 2, đồ thị thể hiện độ tin cậy và độ không tin cậy theo thời gian được thể hiện như ở Hình 10

Bảng 2. Kết quả độ tin cậy độ bền theo thời gian

| T(s) | Độ bền | |
|------|-----------------|-----------------------|
| | Độ tin cậy (Ps) | Độ không tin cậy (Pf) |
| 0.0 | 1.000000 | 0.000000 |
| 0.2 | 1.000000 | 0.000000 |
| 0.4 | 0.886396 | 0.113604 |
| 0.6 | 0.994052 | 0.005948 |
| 0.8 | 0.926705 | 0.073295 |
| 1.0 | 1.000000 | 0.000000 |
| 1.2 | 1.000000 | 0.000000 |
| 1.4 | 0.936931 | 0.063069 |
| 1.6 | 0.987961 | 0.012039 |
| 1.8 | 0.961948 | 0.038052 |
| 2.0 | 0.980522 | 0.019478 |
| 2.2 | 0.995595 | 0.004405 |
| 2.4 | 0.970153 | 0.029847 |
| 2.6 | 0.983340 | 0.016660 |
| 2.8 | 0.982906 | 0.017094 |
| 3.0 | 0.978197 | 0.021803 |

Từ bảng kết quả độ tin cậy độ bền trong thời gian khảo sát là 3.0s được thể hiện ở Bảng 2, Bảng 3, Hình 9 và Hình 10 xác định được độ tin cậy của chuyển vị đỉnh là $P_s \leq \min(P_s^1, P_s^2, \dots, P_s^n) = 0.715400$ và độ tin cậy về độ bền của hệ kết cấu là $P_s \leq \min(P_s^1, P_s^2, \dots, P_s^n) = 0.886396$.

Khi tải trọng động tác dụng vào hệ kết cấu đứng yên thì kết cấu chịu một lực cưỡng bức để bắt đầu dao động, sau đó kết cấu mới chuyển qua trạng thái dao động theo dạng dao động của tải trọng tác dụng. Với khoảng thời gian đầu khi chịu tải trọng cưỡng bức thì kết quả chuyển vị đỉnh và mô men tại chân cột đạt giá trị lớn nhất. Từ kết quả đánh giá độ tin cậy về chuyển vị đỉnh và độ tin cậy về độ bền theo thời gian như ở Hình 9 và Hình 10 cho thấy tại thời gian t=0.4s thể hiện độ tin cậy tại thời gian đó là nhỏ nhất trong khoảng thời gian khảo sát. Kết quả phản ánh đúng tính chất làm việc của công trình khi chịu tải trọng động.



Hình 10. Độ tin cậy về độ bền theo thời gian

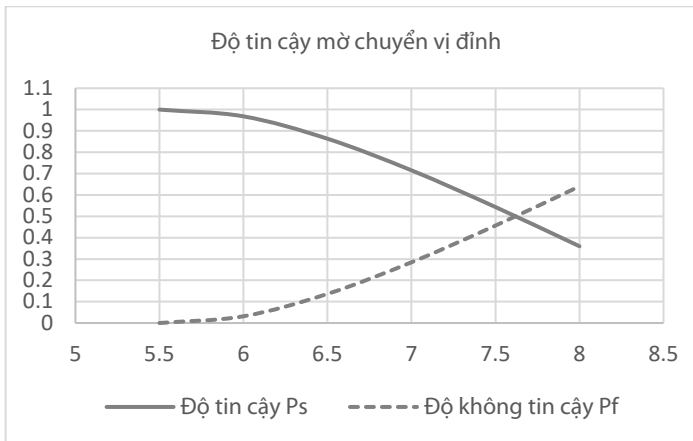
3.3.3 Khảo sát độ tin cậy theo sự thay đổi của biên độ tải trọng tác động mờ

Tiến hành khảo sát với các biên độ tải trọng mờ thay đổi, biên độ tải trọng mờ được khảo sát gồm: $\bar{P} = (P^L, P^C, P^U) = (49.5, 55, 60.5), (54, 60, 66), (58.5, 65, 71.5), (63, 70, 77), (67.5, 75, 82.5), (72, 80, 88)$

Tương ứng với mỗi biên độ tải trọng mờ, ta tiến hành xác định chuyển vị đỉnh và mô men tại chân cột theo thời gian, xác định hàm thuộc trạng thái \tilde{Q} và khả năng \bar{R} , từ đó đánh giá độ tin cậy của kết cấu theo điều kiện chuyển vị và độ bền đã được trình bày ở trên. Tương ứng mỗi biên độ tải trọng mờ, tính toán độ tin cậy cho từng lát cắt thời gian và tìm ra độ tin cậy Ps cho từng biên độ tải trọng mờ đó. Phần tính toán được trình bày trong phần mềm Maple17, kết quả độ tin cậy theo thời gian của chuyển vị đỉnh ứng với biên độ tải trọng mờ được thể hiện ở Bảng 3 và đồ thị thể hiện mối quan hệ giữa sự thay đổi của biên độ tải trọng mờ và độ tin cậy của chuyển vị đỉnh thể hiện ở Hình 11

Bảng 3. Kết quả độ tin cậy của chuyển vị đỉnh theo từng biên độ tải trọng mờ

| Biên độ tải trọng | Độ tin cậy Ps | Độ không tin cậy Pf |
|-------------------|---------------|---------------------|
| 49.5,55,60.5 | 1.000000 | 0 |
| 54,60,66 | 0.968359 | 0.031641 |
| 58.5,65,71.5 | 0.863576 | 0.136424 |
| 63,70,77 | 0.715400 | 0.284600 |
| 67.5,75,82.5 | 0.543403 | 0.456597 |
| 72,80,88 | 0.359713 | 0.640287 |

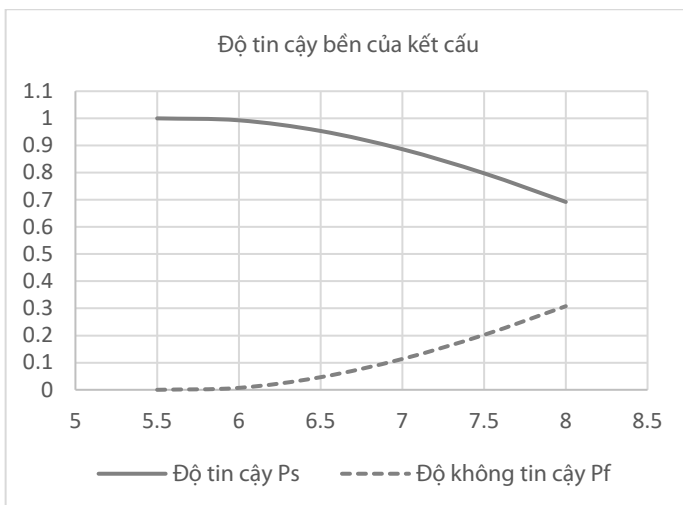


Hình 11. Mối quan hệ giữa độ tin cậy mờ chuyển vị đỉnh với sự thay đổi biên độ tải trọng mờ

Tương tự, xác định độ tin cậy ứng với biên độ tải trọng thay đổi và khảo sát với từng lát cắt thời gian. Kết quả độ tin cậy theo thời gian của độ bền được thể hiện ở Bảng 4 và đồ thị thể hiện mối quan hệ giữa sự thay đổi biên độ tải trọng mờ và độ tin cậy của độ bền thể hiện ở Hình 12

Bảng 4. Kết quả độ tin cậy độ bền theo từng biên độ tải trọng mờ

| Biên độ tải trọng | Độ tin cậy Ps | Độ không tin cậy Pf |
|-------------------|---------------|---------------------|
| 49.5,55,60.5 | 1.000000 | 0.000000 |
| 54,60,66 | 0.992852 | 0.007148 |
| 58.5,65,71.5 | 0.953507 | 0.046493 |
| 63,70,77 | 0.886396 | 0.113604 |
| 67.5,75,82.5 | 0.797622 | 0.202378 |
| 72,80,88 | 0.692035 | 0.307965 |



Hình 12. Mối quan hệ giữa độ tin cậy độ bền với sự thay đổi biên độ tải trọng mờ

Từ đồ thị Hình 11 và Hình 12 cho thấy độ tin cậy của chuyển vị và độ tin cậy bền của kết cấu có xu hướng giảm dần khi biên độ tải trọng mờ tăng lên. Điểm giao nhau của của đường thể hiện độ tin cậy và độ không tin cậy là vị trí xác suất an toàn 50% và xác suất hỏng là 50%.

4. KẾT LUẬN

Bài báo trình bày một ứng dụng tính toán xác định chuyển vị đỉnh và mômen tại chân cột theo thời gian cho kết cấu khung phẳng chịu tải trọng tác dụng dạng điều hòa với các tham số đầu vào dạng số mờ. Từ kết quả đó, tiến hành xác định độ tin cậy theo thời gian của kết cấu về điều kiện chuyển vị đỉnh và điều kiện độ bền. Kết quả độ tin cậy được xác định bằng cách xác định cho từng lát cắt thời gian theo công thức "tỷ số diện tích" và vẽ được đồ thị độ tin cậy của chuyển vị đỉnh và độ bền theo thời gian. Bên cạnh đó, khảo sát sự thay đổi của biên độ tải trọng động mờ ảnh hưởng đến độ tin cậy của kết cấu. Kết quả độ tin cậy của kết cấu đã được tính toán ở trên sẽ làm cơ sở cho việc đề xuất các giải pháp cải tạo và gia cố để tăng khả năng chịu lực cho hệ kết cấu.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1] Cong Duy Le, Dinh Thoai Phan, Fuzzy Input Parameters Influence on the Oscillation of a 2D Frame Structure Subjected to Harmonic Dynamic Load. Journal of Southwest Jiaotong University, Vol 55, No 4 (2020), pp (<https://doi.org/10.35741/issn.0258-2724.55.4.30>).
- [2] C-Duy Le and D-Thoai Phan, *Vibration Analysis Of 2D Frame With Fuzzy Input Parameters*, International Journal of Civil Engineering & Technology (IJCIET) ISSN: 0976-6308 Vol. 10, Issue 6, June - 2019. [View at Publisher.](#)
- [3]. Lê Công Duy (2020). Sử dụng thuật toán tiến hóa vi phân tối ưu tham số mờ đánh giá độ tin cậy của kết cấu dàn phẳng, Tạp chí Xây dựng, Bộ Xây dựng, số 05/2020.
- [4]. Lê Công Duy (2014), Một phương pháp đánh giá mức độ an toàn của kết cấu khung nhà nhiều tầng chịu tải trọng động theo lý thuyết tập mờ, Luận án tiến sĩ kỹ thuật, Trường Đại học Xây dựng, Hà Nội.
- [5]. Lê Xuân Huỳnh, Lê Công Duy (2012), Độ tin cậy của kết cấu khung có tham số đầu vào dạng số mờ, Tuyển tập công trình Hội nghị cơ học toàn quốc lần thứ IX, Hà Nội, tháng 12.
- [6]. Nguyễn Xuân Chính (2000), Phương pháp đánh giá độ tin cậy của khung bê tông cốt thép theo tiêu chuẩn Việt Nam, Luận án tiến sĩ kỹ thuật, Hà Nội.
- [7]. Nguyễn Văn Phó, Nguyễn Đình Xuân (2005), Một phương pháp tính độ tin cậy của công trình có biến mờ tham gia, Tạp chí KHCN Xây dựng, số 3.
- [8]. Bend Moller, Woifgang Graf, Michael Beer (2003), Safety Assessment of Structure in View of Fuzzy Randomness. Institute of Structural Analsis, Dresden University of Technology, Dresden Germany.
- [9]. Kwan-Ling-Lai (1990), Fuzzy Based Structural Reliability Assessment, Structure Dept. China Engineering Consultants, Inc, Taipei.
- [10]. Zhiping Qiu, Di Yang, Isaac Elishakoff (2008), Probabilitisc interval reliability of structural systems, International Journal of Solids and Structures 45-2008, pp.2850-2860.