

PHÂN TÍCH DAO ĐỘNG TỰ DO CỦA VỎ THOẢI GIA CƯỜNG GÂN SỬ DỤNG PHẦN TỬ TAM GIÁC TRƠN CS-MIN3

Ngày nhận bài: 10/7/2014

Ngày sửa bài: 20/11/2014

Ngày chấp nhận đăng: 28/12/2014

Bùi Xuân Thắng, Chương Tường Anh,
Nguyễn Thời Trung, Lương Văn Hải

TÓM TẮT

Việc nghiên cứu và áp dụng các phương pháp số mới để mô phỏng ứng xử của kết cấu vỏ gia cường luôn thu hút sự quan tâm của giới khoa học do vai trò quan trọng và phổ biến của dạng kết cấu này trong nhiều ngành kỹ thuật như xây dựng, hàng không, đóng tàu, dầu khí, v.v. Bài báo này vì vậy được thực hiện nhằm đóng góp thêm một phương pháp số để phân tích dao động tự do cho vỏ thoải gia cường gân. Phương pháp được đề xuất sử dụng phần tử tam giác vỏ phẳng làm trơn CS-MIN3 kết hợp với phần tử tam giác ứng suất phẳng Allman và được gia cường bằng phần tử dầm Timoshenko. Điều kiện tương thích của vỏ và dầm được đảm bảo thông qua điều kiện tương thích chuyển vị tại mặt tiếp xúc giữa vỏ và dầm. Do hiệu quả làm mềm ma trận độ cứng của kỹ thuật làm trơn, phần tử vỏ CS-MIN3 cho các kết quả khá tốt so với các phần tử bậc cao khác. Các kết quả số của bài báo đã cơ bản minh họa được độ chính xác và sự tin cậy của phương pháp được đề xuất.

Từ khóa: vỏ gia cường, phương pháp phần tử hữu hạn trơn (S-FEM), phần tử vỏ phẳng Mindlin ba nút được làm trơn (CS-MIN3)

ABSTRACT

The studying and applying new numerical methods to simulate response of stiffened shell structures always attract scientists by their importance and popularity in the branches of technology as construction, aeronaut, ship, oil and gas industry, etc. This paper, hence, is carried out to contribute one more numerical method for the free vibration analysis of stiffened flat shells. The proposed method uses the cell-based smoothed triangular element CS-MIN3 combined with an Allman's plane stress triangular element and stiffened by Timoshenko beam element. The compatibility of shell and beam is ensured through the compatibility of displacement field at contact surface between shell and beam. Because of the softened stiffness matrix effect of smoothing technique, shell element CS-MIN3 gives the pretty good solutions in comparison with other higher order elements. Some numerical examples in the paper are used to illustrate the accuracy and reliability of the proposed method.

Keywords: stiffened shell, smoothed finite element method (S-FEM), cell-based smoothed three-node Mindlin shell element (CS-MIN3)

ThS. Bùi Xuân Thắng

Bộ môn Cơ học, Khoa Toán - Tin học, Trường Đại học Khoa học tự nhiên - Đại học Quốc Gia TP.HCM

ThS. Chương Tường Anh

Phòng Kỹ thuật và Vật liệu Xây dựng, Sở Xây dựng tỉnh Sóc Trăng

Email: chtuonganh@gmail.com

PGS.TS. Nguyễn Thời Trung

Viện Khoa học tính toán, Trường Đại học Tôn Đức Thắng

TS. Lương Văn Hải

Khoa Kỹ thuật Xây dựng, Trường Đại học Bách khoa - Đại học Quốc Gia TP.HCM

1. Giới thiệu

Kết cấu vô được gia cường gân (gọi tắt là vô gia cường) hiện nay được sử dụng rộng rãi trong nhiều lĩnh vực khác nhau như hàng không, tàu thủy, cầu đường, xây dựng, ... Những kết cấu này được tạo thành bởi vô được gia cường bằng các gân (được xem như là dăm). Nhờ có dăm gia cường mà kết cấu có cường độ và độ cứng lớn hơn nhiều so với kết cấu vô thuần túy, đồng thời vật liệu chế tạo có khối lượng ít hơn. Chính những ưu điểm này làm cho kết cấu vô gia cường đạt hiệu quả cao về cường độ chịu lực và cả về giá trị kinh tế.

Từ đầu những năm 1950, bài toán kết cấu vô gia cường đã được rất nhiều nhà khoa học trên thế giới đặc biệt quan tâm chú ý đến và nhiều công trình nghiên cứu đã được thực hiện. Trong đó phương pháp phần tử hữu hạn (FEM) là phương pháp phổ được sử dụng phổ biến nhất do thủ tục tính toán đơn giản, giải quyết được nhiều bài toán phức tạp, cho độ chính xác cao và có cơ sở toán học chặt chẽ.

Sinha và cộng sự [1] để xuất phần tử tương thích có hình dạng tam giác bất kỳ với 36 bậc tự do để phân tích vô nông gia cường bất kỳ, trong đó dăm gia cường có thể được đặt ở vị trí bất kỳ trong phần tử vô và theo hướng bất kỳ. Samanta và Mukhopadhyay [2] kết hợp phần tử uốn tấm DKT và phần tử ứng suất phẳng Allman tạo ra phần tử vô gia cường dùng cho việc xác định tần số dao động tự do và hình dạng dao động, trong đó dăm được xem là dăm lạp và có thể được đặt ở vị trí bất kỳ trong phần tử vô. Phần tử này có thể được dùng để phân tích cấu trúc vô gia cường nông cũng như sâu với giả thiết vô thoải. Mustafa và Ali [3] sử dụng siêu phần tử 8 nút và 9 nút để phân tích dao động tự do của vô hình trụ và bản cong hình trụ có các dăm gia cường trục dọc, phần tử này là sự kết hợp giữa phần tử vô của Cantin và Clough [4] được chỉnh sửa sau đó bởi Sabir và Lock [5] và các phần tử dăm cong của Davis và cộng sự [6-8], trong đó các hàm lượng giác được đưa vào trong hàm chuyển vị để mô tả chuyển vị của phần tử cong. Prusty và Satsangi [9] sử dụng phần tử đẳng tham số 8 nút cho vô và phần tử dăm cong 3 nút để phân tích tĩnh học cho vô gia cường theo lý thuyết vô tổng quát. Phần lớn các phần tử này cho kết quả hồi tu nhanh nhưng lại tạo ra quá phức tạp trong việc áp dụng cũng như đòi hỏi nhiều bậc tự do cho mỗi phần tử.

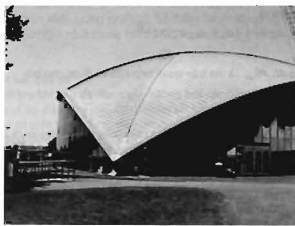
Cũng với sự phát triển của các phương pháp số, Liu & Nguyen-Thoi và cộng sự [10] đã tích hợp kỹ thuật làm trơn trường biến dạng và FEM để tạo ra một loạt các phương pháp phần tử hữu hạn trơn như làm trơn trên ô phần tử (CS-FEM), làm trơn trên nút (NS-FEM), làm trơn trên cạnh (ES-FEM) và làm trơn trên mặt (FS-FEM). Mỗi phần tử làm trơn có những lợi thế khác nhau và cũng đưa ra những kết quả đáng mong đợi khi nghiên cứu các bài toán có kỹ thuật trong thực tế.

Trong các mô hình S-FEM kể trên thì CS-FEM [10,11] cho thấy sự hiệu quả và đơn giản trong việc áp dụng vào các bài toán phân tích tấm/vô. Trong [12], Nguyen-Thoi và cộng sự đã tích hợp kỹ thuật làm trơn CS-FEM vào phần tử tấm Mindlin ba nút (MIN3) của Tessler và cộng sự [13], để phân tích tĩnh học và dao động tự do của bài toán tấm. Sau đó, Bui Xuan Thang và các cộng sự [14] đã sử dụng phần tử này để mô phỏng phân tích tĩnh học kết cấu vô thoải được gia cường gân. Các kết quả số đạt được cho thấy phần tử CS-MIN3 khử được hiện tượng "khóa cắt" (shear locking) và đạt được độ chính xác cao khi được so sánh với các kết quả đã được công bố trước đó.

Trong bài báo, chúng tôi mở rộng phần tử CS-MIN3 để phân tích dao động tự do cho kết cấu vô gia cường gân lệch tâm. Trong đó phần tử góc CS-MIN3 được kết hợp với phần tử ứng suất phẳng Allman được gia cường bởi phần tử dăm chịu uốn Timoshenko. Sự lệch tâm giữa vô và dăm được kể đến trong công thức của dăm. Sự tương thích của chuyển vị màng, độ võng và các góc xoay của vô và dăm được áp dụng tại các vị trí liên kết. Hai ví dụ số sẽ được dùng để kiểm chứng sự chính xác và độ tin cậy của phương pháp bằng việc so sánh với thực nghiệm và phần mềm thương mại cũng như các phương pháp số khác.

2. Cơ sở lý thuyết

Bài toán vô gia cường có nhiều hướng tiếp cận khác nhau, trong đó



Hình 1. Vô gia cường trong công trình xây dựng - Viện công nghệ Massachusetts (MIT)

có hai hướng tiếp cận chính. Hướng thứ nhất, ta xem kết cấu vô gia cường như một kết cấu vô trục hướng. Tuy nhiên, mô hình này chỉ phù hợp với các dăm gia cường là đồng nhất, mỏng, vị trí gân và dăm nhau, và hướng của dăm là vuông góc. Trong hướng thứ hai, vô và dăm được xem như hai thành phần độc lập và được liên hệ với nhau thông qua điều kiện tương thích về chuyển vị [15]. Hướng tiếp cận này được chú ý phát triển hơn do phương pháp tính toán đơn giản, phân ánh đúng với ứng xử thực của kết cấu hơn hướng đầu tiên. Trong bài báo này, chúng tôi sẽ sử dụng hướng tiếp cận thứ hai để mô hình cho bài toán.

2.1. Mô hình vô thoải Reissner-Mindlin được gia cường dăm cong Timoshenko [16]

Xét một phần tử vô thoải có trường chuyển vị trong hệ trục tọa độ địa phương được cho bởi

$$u_{\alpha}(x) = [u, v, w, \alpha, \beta_x, \beta_y, \beta_z]^T \quad (1)$$

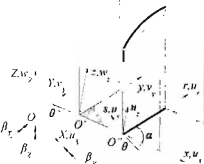
trong đó u, v, w là chuyển vị theo các phương $O'x, O'y, w$; là độ võng theo phương Oz ; $\beta_x, \beta_y, \beta_z$ là các góc xoay quanh trục $O'x, O'y, Oz$ tương ứng.

Năng lượng biến dạng và động năng của một phần tử vô, theo lý thuyết vô Reissner-Mindlin, được cho lần lượt như sau.

Năng lượng biến dạng

$$U_{\alpha} = -U_{\alpha}^{\omega} + U_{\alpha}^{\beta} + \frac{1}{2} \int_{\Omega} \epsilon^T D^* \epsilon_{\alpha} d\Omega + \frac{1}{2} \int_{\Omega} (\kappa^T D^{\beta} \kappa + \gamma^T D^{\gamma} \gamma) d\Omega, \quad (2)$$

trong đó $\epsilon_{\alpha}, \kappa, \gamma$ lần lượt là ma trận biến dạng màng, biến dạng uốn và biến dạng cắt, $D^*, D^{\beta}, D^{\gamma}$ lần lượt là ma trận vật liệu tương ứng với các thành phần màng, uốn và cắt.



Hình 2. Mô hình tính toán vô gia cường

Động năng

$$T_n = \frac{1}{2} \int_{\Omega} (\dot{u}_i)^T m_{ij} \dot{u}_j d\Omega \quad (3)$$

trong đó m_{ij} là ma trận quán tính của vỏ được cho bởi

$$m_{ij} = \rho_{ij} \text{diag}(r, r, r, \frac{r^3}{12}, \frac{r^3}{12}, 0) \quad (4)$$

với ρ_{ij} là khối lượng riêng và r là chiều dày của vỏ. Ngoài ra, trong bài báo ở đây chúng tôi giả sử rằng vỏ và của dầm làm bằng cùng một loại vật liệu.

Tiếp theo, một công thức năng lượng cho dầm được xây dựng dựa theo lý thuyết của Timoshenko. Giả sử rằng: 1) phần tử dầm nằm trên cạnh của phần tử vỏ, 2) chuyển vị của vỏ và dầm giống nhau tại vị trí liên kết, 3) ảnh hưởng uốn và cắt trong mặt phẳng O'r'z được bỏ đi mà không ảnh hưởng nhiều đến biến dạng tổng thể của dầm. Chuyển vị của dầm trong hệ trục O'r'z nằm trên mặt trung bình của vỏ và được cho bởi

$$u_i = \begin{cases} \tilde{u}_i(r, z) \\ \tilde{v}_i(r, z) \\ \tilde{w}_i(r, z) \end{cases} = \begin{cases} u_i(r) + z\beta_i(r) \\ u_i(r) + z\beta_i(r) \\ u_i(r) - z\beta_i(r) \end{cases} \quad (5)$$

Năng lượng biến dạng U , và động năng T , của dầm lần lượt được cho bởi

$$U = \frac{1}{2} \int_{\Omega} (\epsilon_i)^T D_i \epsilon_i d\Omega \quad (6)$$

$$T = \frac{1}{2} \int_{\Omega} (\dot{u}_i)^T m_i \dot{u}_i d\Omega \quad (7)$$

trong đó ϵ_i là biến dạng của dầm; D_i là ma trận độ cứng và m_i là ma trận quán tính của dầm lần lượt được cho bởi

$$D_i = \text{diag}(EA, EI, kGA, GJ) \quad (8)$$

$$m_i = \rho_i A \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & e & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & e & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ e & 0 & 0 & e^2 + \frac{I}{A} & 0 & 0 \\ 0 & e & 0 & 0 & e^2 + \frac{J}{A} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (9)$$

trong đó E, G là mô đun uốn và mô đun cắt, I là mô men quán tính của tiết diện A theo trục $x, k = 5/6$ là hệ số cắt tiêu chuẩn, $J = 0.025 A^4 / I$, là hằng số xoắn St Venant với r là mô men quán tính của tiết diện theo trục r và e là khoảng cách giữa mặt trung bình của phần tử vỏ và trục sinh của dầm. Trong mô hình tính toán này, liên kết giữa vỏ và dầm được xem như là cứng tuyệt đối. Do đó, theo nguyên lý chống chốt, năng lượng toàn phần sẽ là tổng năng lượng của vỏ và các dầm.

$$U = U_n + \sum U_i \quad (10)$$

$$T = T_n - \sum T_i \quad (11)$$

Ký hiệu q^e và \dot{q}^e lần lượt là bậc tự do chuyển vị của phần tử vỏ gia cường trong hệ tọa độ địa phương và hệ tọa độ toàn cục được liên hệ với nhau qua công thức đổi hệ trục tọa độ

$$q^g = A q^e$$

trong đó A là ma trận cosin chỉ phương.

Từ đây, các công thức năng lượng trong hệ tọa độ địa phương ở trên có thể biểu diễn trong hệ tọa độ toàn cục thông qua phép biến đổi hệ trục

tọa độ. Tiếp theo, các ma trận độ cứng và ma trận khối lượng toàn cục của kết cấu vỏ gia cường được xây dựng theo nguyên lý biến phân Hamilton. Không mất tính tổng quát, có được giả sử gia cường bởi một dầm. Từ đó, áp dụng nguyên lý Hamilton ta được phương trình phân tích dao động tự do như sau

$$(K - \omega^2 M) \hat{q} = 0 \quad (12)$$

trong đó ω là tần số dao động tự nhiên, \hat{q} là bậc tự do trong hệ tọa độ toàn cục; K, M lần lượt là ma trận độ cứng và khối lượng của hệ được cho bởi

$$K = K_n + T^T K_i T \quad (13)$$

$$M = M_n + T^T M_i T \quad (14)$$

với K_n, M_n và T, M_i lần lượt là ma trận độ cứng, khối lượng của vỏ và dầm tương ứng, và T là ma trận chuyển đổi như trong [15].

Chú ý rằng, các thành phần chuyển vị trong mặt phẳng u_i, v_i, β_i thì không ảnh hưởng đến các biến dạng uốn và ngược lại, và góc xoay β_i không làm tăng biến dạng của vỏ nên không có độ cứng tương ứng. Điều này dẫn đến hiện tượng suy biến trong ma trận độ cứng tổng thể nếu tất cả các phần tử đóng phẳng. Để giải quyết vấn đề này, một số giá trị nhỏ tương ứng với vị trí β_i được thêm vào ma trận độ cứng phần tử. Một cách khác là sử dụng phần tử tam giác ứng suất phẳng của Allman [17] và phần tử này sẽ được sử dụng trong bài báo để xấp xỉ chuyển vị màng của vỏ.

2.2. Phần tử tam giác ứng suất phẳng Allman [17]

Theo [17], các chuyển vị màng được xấp xỉ bởi các hàm dạng bậc hai như sau

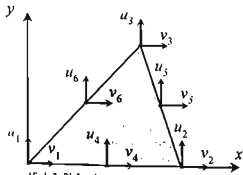
$$u = \sum_{i=1}^3 N_i u_i, \quad v = \sum_{i=1}^3 N_i v_i \quad (15)$$

trong đó u_i, v_i là các giá trị chuyển vị nút trong mặt phẳng như được cho bởi Hình 3.

Bậc tự do tại trung điểm các cạnh sau đó được chuyển đổi thành bậc tự do tại các đỉnh của phần tử tam giác dựa vào các giá trị thiết của Allman. Cụ thể chuyển vị tại trung điểm u_i, v_i được tính toán theo chuyển vị và góc xoay tại đỉnh tam giác như sau

$$\begin{bmatrix} u_i \\ v_i \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} u_1 \\ v_1 \end{bmatrix} + \frac{1}{2} \begin{bmatrix} u_2 \\ v_2 \end{bmatrix} + \frac{(\beta_{21} - \beta_{12})}{8} \begin{bmatrix} y_2 - y_1 \\ x_2 - x_1 \end{bmatrix} \quad (16)$$

Chuyển vị tại hai trung điểm còn lại được tính toán tương tự. Ma trận độ cứng phần tử được xây dựng bằng các thủ tục thông thường trong FEM kết hợp với sử dụng quan hệ chuyển vị nút tại các trung điểm và các đỉnh như trong công thức (16).



Hình 3. Phần tử tam giác ứng suất phẳng Allman

2.3. Phần tử MIN3 [13]

Trong phần tử MIN3, các góc xoay được xếp xi tuyến tính theo các bậc tự do góc xoay tại ba nút đỉnh của phần tử, và độ võng được xếp xi bậc hai qua các bậc tự do của ba nút đỉnh và ba nút trung điểm các cạnh của phần tử như sau:

$$\beta_i = \sum_{j=1}^3 N_j(x)\beta_{i,j}; \beta_{i+3} = \sum_{j=1}^3 N_j(x)\beta_{i,j}; w_i = \sum_{j=1}^6 R_j(x)w_{i,j} \quad (17)$$

Sau đó, bằng cách áp dụng điều kiện ràng buộc cắt liên tục trên mỗi cạnh s của phần tử, các bậc tự do về độ võng tại trung điểm cạnh w4 được tính toán theo độ võng và góc xoay của ba nút đỉnh như sau:

$$w_4 = \frac{1}{2}(w_1 + w_2) + \frac{1}{8}[\beta_{1,1} - \beta_{1,3}, \beta_{1,1} - \beta_{1,3}] \begin{bmatrix} y_1 - y_2 \\ x_1 - x_1 \end{bmatrix} \quad (18)$$

Các nút còn lại được tính toán tương tự. Tổng quát về phần tử MIN3 như được cho bởi Bảng 1.

Bảng 1. Hình dạng các nút ban đầu và sau khi ràng buộc trong phần tử MIN3

Hàm dạng	Hình dạng các nút ban đầu	Ràng buộc cắt liên tục trên cạnh	Hình dạng các nút được ràng buộc
w_i, β_i, β_j		$(w_i + \beta_i)_c = 0$	
Bậc hai	Bậc một		

Ngoài ra, để tăng tốc độ hội tụ cũng như sự ổn định của phần tử MIN3, một hệ số trượt hiệu chỉnh khác đã được Tessler và đồng sự đề xuất trong [13]. Hệ số trượt hiệu chỉnh này được cho bởi:

$$k' = \frac{k}{1 + \alpha / C} \quad (19)$$

trong đó $C = 2$ và $\alpha = A / l^2$ với A là diện tích phần tử.

2.4. Phần tử CS-MIN3

Phần tử CS-MIN3 gắn dây được Nguyen-Thoi và công sự [12] để xuất nhằm phân tích ứng xử cho tấm. Theo đó, mỗi phần tử tam giác ba nút sẽ được chia thành ba tam giác con bằng cách nối trung tâm với ba đỉnh của tam giác như được cho trong Hình 4.

Trong môi tam giác con, hàm dạng của phần tử MIN3 được áp dụng để xếp xi trường chuyển vị và trường biến dạng. Sau đó, kỹ thuật tron hóa trên ô phần tử được sử dụng để làm tron trường biến dạng. Ma trận độ cứng phần tử được xây dựng trên các trường biến dạng được làm tron này.

Ma trận độ cứng của phần tử vô thoải được kết hợp bởi ma trận độ cứng của phần tử Allman và CS-MIN3 như sau:

$$K_{i,j} = K_{i,j}^{All} + K_{i,j}^{CS-MIN3} \quad (20)$$

Cũng với sự kết hợp trên, ma trận khối lượng phần tử được tính bởi:

$$M_{i,j} = \int_{\Omega} C^T m_{i,j} C d\Omega \quad (21)$$

với C là ma trận hàm dạng kết hợp bởi phần tử Allman và CS-MIN3; m_{sh} là ma trận quán tính được cho bởi công thức (4).



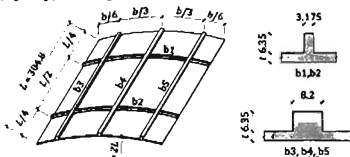
Hình 4. Ba tam giác con $\omega_1, \omega_2, \omega_3$ trong phần tử

Trong bài báo này, tích phân Gauss được sử dụng để tính ma trận độ cứng và ma trận khối lượng phần tử. Số điểm Gauss được lấy tùy thuộc vào bậc đa thức cao nhất trong ma trận độ cứng cũng như ma trận khối lượng.

3. Các kết quả số

3.1. Vô trụ biến tự do được gia cường bởi các dầm lệch tâm

Trong ví dụ đầu tiên này, ta sẽ khảo sát tần số dao động tự do của một vô trụ có biến tự do được gia cường bởi các dầm lệch tâm như trong Hình 5, trong đó chiều dày $t = 3,175$ mm, chiều dài cung $b = L$, vô và dầm có cùng module đàn hồi $E = 2,09.10^{11}$ N/m²; hệ số poisson $\nu = 0,3$ và khối lượng riêng $\rho = 7800$ kg/m³.



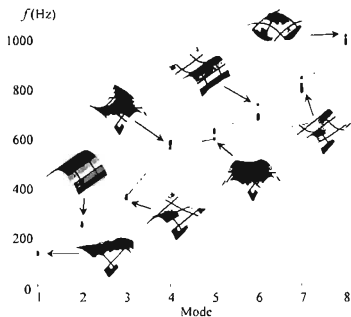
Hình 5. Vô trụ được gia cường bởi các dầm lệch tâm

Trước đó, Mustafa và Ali [3] đã làm thực nghiệm cho kết cấu này và sử dụng các phần tử khác nhau để dự đoán tần số dao động tự do của các toàn bằng phần tử tứ giác tam nút và chín nút. Ngoài ra, bài toán trên cũng được phân tích bởi các loại phần tử hữu hạn khác như sự kết hợp phần tử uốn tấm DKT và phần tử ứng suất phẳng Allman của Samanta và Mukhopadhyay [18]; hay phần tử tam giác tương thích bậc cao 36 bậc tự do do Sinha [19] đề xuất.

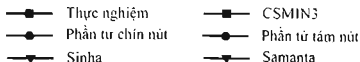
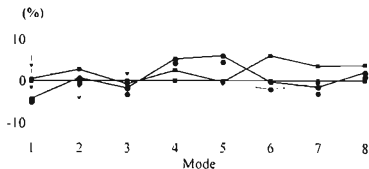
Kết quả của các bài báo được so sánh với kết quả của các tác giả nêu trên và được trình bày trong Bảng 2 và Hình 6. Với lưới chia 12x12, Hình 6 cho thấy sự tương đồng và sự hợp lý của các dạng dao động tìm bởi CS-MIN3 so với kết quả của thực nghiệm và các phương pháp số khác.

Bảng 2. Tần số số dao động tự nhiên f (Hz) của vô trụ gia cường có các biến tự do

Mode	1	2	3	4	5	6	7	8
Thực nghiệm	139	250	368	558	598	692	812	972
Phần tử chín nút	132	249	356	581	625	679	788	980
(%)	5,0	0,4	3,3	-4,1	-4,5	1,9	3,0	-0,8
Phần tử tám nút	133	252	362	587	633	690	800	990
(%)	4,3	-0,8	1,6	-5,2	-5,9	0,3	1,5	-1,9
Sinha	137	240	362	559	596	679	807	981
(%)	1,4	4,0	1,6	-0,2	0,3	1,9	0,6	-0,9
Samanta	144	247	374	559	593	678	806	972
(%)	-3,6	1,2	-1,6	-0,2	0,8	2,0	0,7	0,0
CS-MIN3	140	257	366	572	598	733	836	1007
(%)	-0,7	-2,8	0,5	-2,5	0,0	-5,9	-3,0	-3,6



Hình 6. Tầm tần số dao động đầu tiên của vỏ trụ gia cường



Hình 7. Sai số tương đối (%) của các tần số (Hz) bằng phương pháp số so với kết quả thực nghiệm

Ngoài ra, sai số tương đối của các phương pháp số so với thực nghiệm được cho trong Bảng 2 cho thấy phần tử CS-MIN3 cho kết quả đáng tin cậy, điển hình là sự khác biệt ở mode 1 là 0,7%, mode 3 là 0,5%, và mode 5 là 0,0% và được thể hiện ở Hình 7.

3.2. Vỏ cấu có biên tựa đơn được gia cường bởi hai dầm đồng tâm trực giao

Trong ví dụ thứ hai, chúng tôi khảo sát tầm tần số riêng ω (rad/sec) của một vỏ cấu có biên tựa đơn được gia cường bởi hai dầm cong đồng tâm trực giao như minh họa trong Hình 8. Vỏ có bán kính cong $R = 2,54$ m, dây cung có chiều dài $a = 0,7849$ m và chiều dày $t = 0,099451$ m. Dầm có bề rộng $b = 0,1016$ m và chiều cao $h = t + b$ và dầm có cùng module đàn hồi $E = 68.97.106$ N/m², hệ số poisson $\nu = 0.3$ và khối lượng riêng $\rho = 7732,24$ kg/m³.

Vỏ cấu gia cường được phân tích để tìm tần số riêng ω (rad/sec) trong đó bốn tần số dao động đầu tiên được xem xét. Kết quả số với lưới 12×12

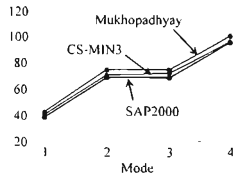


Hình 8. Vỏ cấu trụ đơn được gia cường bởi hai dầm cong trực giao

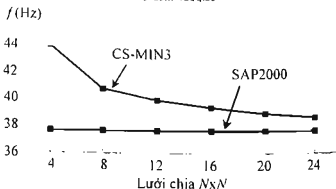
Bảng 3. Tần số riêng ω (rad/sec) của vỏ cấu tựa đơn được gia cường bởi hai dầm đồng tâm trực giao

Mode	A. Samanta	SAP2000	CS-MIN3
1	41,68	37,67	39,98
2	74,38	68,49	70,32
3	74,49	68,59	71,47
4	100,50	95,37	96,31

ω (rad/sec)



Hình 9. Bốn tần số riêng ω (rad/sec) đầu tiên của vỏ cấu tựa đơn được gia cường bởi hai dầm trực giao



Hình 10. Sự hội tụ của tần số riêng thứ nhất của vỏ cấu tựa đơn được gia cường bởi hai dầm trực giao

của bài báo được so sánh với kết quả số của Samanta và Mukhopadhyay [18] và phần mềm thương mại SAP2000 cùng với lưới chia tương tự. Như được cho trong Bảng 3, ta nhận thấy rằng phần tử CS-MIN3 cho kết quả gần với SAP2000 ở bốn mode dao động đầu tiên và phù hợp với kết quả tham khảo của Samanta. Kết quả số ở mode 1 của bài báo có sự hội tụ hợp lý và được minh họa bởi Hình 10.

4. Kết luận

Hiện nay, nhiều phần tử được phát triển với nhiều lý thuyết khác nhau để phân tích ứng xử của kết cấu vỏ gia cường. Trong bài báo, tác giả sử dụng phần tử CS-MIN3 để loại bỏ "khóa cắt" và kết hợp phần tử ứng suất phẳng Allman để tránh hiện tượng suy biến tại bậc tự do xoay xung quanh trục z. Chỉ với lưới thô hoặc trung bình, kết quả số của bài báo đã gần với kết quả thực nghiệm cũng như phần mềm thương mại SAP2000. Phương pháp CS-MIN3 tính toán đơn giản, kết quả số đáng tin cậy cho thấy tính hiệu quả và tốc độ hội tụ nhanh.

Lời cảm ơn

Nghiên cứu này được tài trợ bởi Đại học Quốc gia Thành Phố Hồ Chí Minh (VNU-HCM) trong khuôn khổ đề tài mã số B2013-18-03.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. G. Sinha, A. H. Sheikh and M. Mukhopadhyay, A new finite element model for the analysis of arbitrary stiffened shells, *Journal of Finite Elements in Analysis and Design*, 12 (1992) 241-271.
2. Asokendu Samanta, Madhujit Mukhopadhyay, Free vibration analysis of stiffened shells by the finite element technique, *European Journal of Mechanics A/Solids*, 23 (2004) 159-179.
3. Mustafa, B.A.J., Ali, R., Prediction of natural frequency of vibration of stiffened cylindrical shells and orthogonally stiffened curved panels, *J. Sound Vib.* 113 (2) (1987) 317-327.
4. G. Cantin and R. W. Clough, A curved cylindrical shell finite element. *American Institute of Aeronautics and Astronautics Journal*, 6 (1968) 1057-1062.
5. A. B. Sabir and A. C. Lock, A curved cylindrical shell finite element. *International Journal of Mechanical Sciences*, 14 (1972) 125-135.
6. R. Davis, R.D. Henshell and G. B. Warburton, A Timoshenko beam element. *Journal of Sound and Vibration*, 22 (1972) 475-487.
7. R. Davis, R. D. Henshell and G. B. Warburton, Constant curvature beam finite elements for in-plane vibration. *Journal of Sound and Vibration*, 25 (1971) 561-576.
8. R. Davis, R. D. Henshell and G. B. Warburton, Curved beam finite elements for coupled bending and torsional vibrations. *Journal of Earthquake Engineering*, 1 (1972) 165-175.
9. B. Gangadhara Prusty, S.K. Satsangi, Analysis of stiffened shell for ships and ocean structures by finite element method. *Ocean Engineering*, 28 (2001) 621-638.
10. Lu G. R., Nguyen Thai Trung, *Smoothed Finite Element Methods*, CRC Press, Taylor and Francis Group, New York, 2010.
11. Lu, G. R., and Nguyen-Thoi T. A smoothed finite element for mechanics problems. *Comput Mech*, 39 (2007) 859-877.
12. T. Nguyen-Thoi, P. Phung-Van, H. Luong-Van, H. Nguyen-Van, H. Nguyen-Xuan, A cell-based smoothed three-node Mindlin plate element (CS-MIN3) for static and free vibration analyses of plates. *Computational Mechanics* 51 (2012) 65-81.
13. Tessler A, Hughes T. J. R, A three-node Mindlin plate element with improved transverse shear. *Comput Methods Appl Mech Eng*. 50 (1985) 71-101.
14. Bui Xuan Thang, Luong Van Hai, Ngo Thanh Phong, Nguyen Thai Trung. Static analysis of stiffened flat shells using the cell-based smoothed triangular element CS-MIN3, *Hội nghị Khoa học toàn quốc Cơ học Vải rắn biến dạng lần thứ XI, Thành phố Hồ Chí Minh*, 7-9/11/2013
15. I. X. Peng, K.M. Liew, S. Kitipornchai, Buckling and free vibration analyses of stiffened plates using the FSDT mesh-free method, *Journal of Sound and Vibration*, 289 (2006) 421-449.
16. T. Nguyen-Thoi, P. Phung-Van, H. Nguyen-Xuan, C. Thai-Hoang, A cell-based smoothed discrete shear gap method (CS-DSG3) using triangular elements for static and free vibration analyses of shell structures. *International Journal of Mechanical Sciences*, 74 (2013) 32-45.
17. Allman, D. J., A compatible triangular element including vertex rotations for plane elasticity analysis. *Comput. & Structures*, 19 (1984) 1-8
18. Samanta, A. and M. Mukhopadhyay, Free vibration analysis of stiffened shells by the finite element technique. *European Journal of Mechanics*, 23 (1994) 159-179.
19. Sinha, G., 1995 Finite element static and dynamic analyses of arbitrary stiffened shells Ph.D. Thesis, Indian Institute of Technology, Kharagpur, India.