

Khả năng kháng chấn của nước trong kết cấu tháp nước chịu tải trọng điều hòa

The reductional vibration of water in tower structures to harmonic loading

Ngày nhận bài: 13/5/2017

Ngày sửa bài: 12/6/2017

Ngày chấp nhận đăng: 5/7/2017

**Nguyễn Thành Trung,
Nguyễn Trọng Phước**

TÓM TẮT

Bài báo này phân tích khả năng giảm dao động của nước trong kết cấu tháp nước bằng bê tông trong không gian chịu tác động của tải trọng điều hòa. Hệ kết cấu tháp được mô phỏng bằng phần mềm mã nguồn mở ANSYS, kết cấu tháp nước được rời rạc hóa thành các phần tử khối. Phần tử nước fluid80 được dùng để mô tả nước trong bể chứa có tương tác với thành bể. Bài toán kết cấu chịu tải trọng điều hòa được giải bằng phương pháp phần tử hữu hạn và lý thuyết động lực học để phân tích sự giảm chấn của nước đến phản ứng động của hệ. Mức nước và tần số tải trọng điều hòa là thông số nghiên cứu đánh giá giảm chấn của nước trong kết cấu thông qua tần số riêng, chuyển vị và nội lực xuất hiện trong kết cấu.

Từ khóa: Hệ giảm chấn chất lỏng, tháp nước, phần tử hữu hạn, tải điều hòa.

ABSTRACT

This paper analyses the reductional vibration of water to concrete tower structures in three dimension for harmonic loading. Tower structure is simulation by ANSYS open code software, the structure and water in tower are discretized by solid elements considering the interaction. The system to harmonic loading is solved by finite element method and dynamic balance to analyse the reductional vibration to dynamic responses of structures. The parameters are the level of water and frequency of loadings to natural frequency and dynamic responses of structures.

Key words: Tuned liquid damper, tower structure, finite element method, harmonic loadings.

Nguyễn Thành Trung

Học viên Cao học Trường Đại Học Bách Khoa TP. HCM

Nguyễn Trọng Phước

Trưởng Bộ môn Sức bền Kết cấu, Khoa Xây Dựng và Điện, Trường Đại Học Mở TP.HCM.

1. Giới thiệu

Tháp nước được xây dựng rất phổ biến ở nhiều nơi trên thế giới và cả Việt Nam, mục đích chủ yếu là trữ và cung cấp nước cho thành phố và các khu công nghiệp. Trong quá trình sử dụng, kết cấu tháp nước chịu sự tác động của các tải trọng động gây ra như gió, bão hoặc các tải trọng động khác. Kết cấu tháp nước được xây dựng với nhiều hình dáng kiến trúc khác nhau, nhưng thông thường có các bộ phận chính là phần trụ chịu lực và phần dài để tích trữ nước. Khi chịu tác động do tải trọng động gây ra kết cấu tháp nước trở nên nguy hiểm hơn do lực quán tính xuất hiện trên đỉnh tháp khá lớn. Nghiên cứu về sự ảnh hưởng tương tác của nước và kết cấu tháp nước đến phản ứng động của hệ là bài toán có ý nghĩa cả lý thuyết và thực tiễn.

Nhiều nghiên cứu trên thế giới và trong nước về hiệu quả giảm chấn của chất lỏng đối với kết cấu đã được thực hiện. Các thiết bị giảm dao động bằng chất lỏng đầu tiên đã được sử dụng với mục đích giữ ổn định cho chuyển động của tàu thuyền dưới tác động của sóng biển như sóng biển và gió bão, bàng hai thùng chất lỏng nối với nhau sao cho tần số dao động của chất lỏng bằng tần số dao động tự nhiên của tàu. Bauer năm 1984 [1], là người đầu tiên nghiên cứu và ứng dụng thiết bị TLD cho công trình xây dựng để giảm ứng xử dao động của kết cấu dưới tác động của tải trọng động. Kareem (1987) [2] với những nghiên cứu về việc áp dụng các thùng chứa chất lỏng để giảm dao động do gió bằng việc nghiên cứu khả năng cân dao động của sóng chất lỏng. Banerji và các cộng sự (2000) [3] nghiên cứu hệ TLD hình chữ nhật trong việc giảm ứng xử của kết cấu chịu động đất với các giá trị khác nhau của chu kỳ tự nhiên và tỷ số cần của kết cấu. Kaneko S. và Mizota Y. (2000) [4] cũng đã mở rộng mô hình TLD nước sâu hình chữ nhật đã phát triển cho mô hình TLD nước sâu hình tròn với 1 mức nước ngập được thiết lập trong khoảng giữa thùng chất lỏng tròn. Ikeda (2003) [5] nghiên cứu ứng xử phi tuyến của TLD khi gần vào kết cấu hố chịu kích thích điều hòa theo phương đứng. Li và Wang (2004) [6] để sử dụng nhiều TLD để giảm phản ứng của nhiều mode dao động của các kết cấu cao tầng khi chịu kích thích của động đất Tait và các cộng sự (2007, 2008) [7, 8] nghiên cứu khả năng của TLD hoạt động theo hai hướng, khi thực hiện thí nghiệm trên mô hình kết cấu và thiết lập chuyển động của bể mizu do Love và Tait (2013) [9] nghiên cứu lý thuyết và thực nghiệm trên mô hình TLD có hình dạng bể chứa phức tạp chịu kích động điều hòa và ngẫu nhiên theo một phương và hai phương. Malekghasemi và công sự (2013) [10] nghiên cứu đưa ra mô hình số sử dụng đồng thời hai phương pháp thể tích hữu hạn (Finite Volume Method) cho chất lỏng và phương pháp phần tử hữu hạn (Finite Element Method) đối với bể chứa và kết cấu. Raji Ruth Geoge và Asha Joseph (2016) [11] thực hiện phân tích động lực học chất lỏng với bể chứa nước hình chữ nhật có các mức nước khác nhau, đặt trên khung không gian 3D chịu tải trọng động bất kỳ theo thời gian là một trận động đất.

Bài báo này phân tích sự giảm chấn của nước đến kết cấu tháp nước chịu tải điều hòa bằng phương pháp phần tử hữu hạn. Nước và kết cấu

đều được mô hình bằng các phần tử khối và độ chính xác khá cao. Kết quả cho thấy rằng lượng nước có trong bể tác dụng giảm chấn đáng kể với phô tần số của tải điều hòa

2. Cơ sở lý thuyết

2.1 Chuyển động của chất lỏng bên trong bể chứa

Phương trình dao động của sóng chất lỏng bên trong bể chứa thỏa mãn điều kiện Bernoulli's là

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} + \frac{P}{\rho} + gz = 0 \quad (1)$$

trong đó P là áp lực chất lỏng, ρ là trọng lượng riêng, g là gia tốc trọng trường.

Điều kiện biên mặt thoáng chất lỏng được xác định theo công thức sau đây

$$\frac{\partial \Phi(x, y, z, t)}{\partial t} + g \frac{\partial \Phi(x, y, z)}{\partial z} = - \frac{P}{\rho} \quad (2)$$

trong đó: $\frac{\partial \Phi(x, y, z, t)}{\partial t}$ là chuyển vị bê của mặt thoáng bên trên chiều cao $z = h/2$ so với mặt trung bình. Khi công thức (2) là không tuyến tính thì $z = \frac{h}{2} + \delta$

Trong trường hợp thành bể tuyết đối cứng điều kiện biên tại thành bể xem như bằng 0. Trong trường hợp thành bể mềm công thức xác định điều kiện biên thành bể được xác định như sau

$$\text{Đạo động ngang theo phương trục } x \\ n \cdot \nabla \Phi = i \chi_0 \exp(i\Omega t) \quad (3)$$

Trong đó: n là vector pháp tuyến tại mặt thoáng

Góc xoay theo phương trục y

$$n \cdot \nabla \Phi = (ze_x - xe_z) \chi_0 \exp(i\Omega t) \quad (4)$$

Trong đó, e_x là vector đơn vị của chuyển vị theo hướng x và e_z là vector đơn vị theo hướng z .

Chuyển vị xoay quanh trục z

$$n \cdot \nabla \Phi = (xe_y - ye_x) \chi_0 \exp(i\Omega t) \quad (5)$$

Trong đó: e_y là vector đơn vị của chuyển vị theo hướng y và e_x là vector đơn vị theo hướng x .

Hệ số cản của chất lỏng

Bối với mặt thoáng chất lỏng trong bể đứng yên, biên độ của sóng chất lỏng được xác định bằng công thức

$$\Delta = \ln \left(\frac{\text{định của sóng dao động}}{\text{định của sóng dao động tiếp}} \right) \quad (6)$$

Hệ số cản γ được xác định là

$$\gamma = \Delta / 2\pi \quad (7)$$

Trong trường hợp bể chứa hình trụ công thức được sử dụng

$$\gamma = 0.83 \sqrt{Re_i} \left[\tanh(1.84h/D) \left(1 + 2 \frac{1 - h/R}{\cosh(3.68/D)} \right) \right] \quad (8)$$

Trong đó $Re_i = \frac{v}{\sqrt{GD^2}}$ là số cản Reynolds, v là hố số nhớt của chất lỏng, D là đường kính bể chứa.

2.2 Phương pháp phân tử hữu hạn đối với hệ kết cấu

Hệ kết cấu tháp nước được rời rạc hòa thành n phần tử có phương trình dao động được viết như sau

$$[M]u + [C]u + [K]u = [f] \quad (9)$$

Trong đó $[M]$; $[C]$; $[K]$ và $[f]$ lần lượt là ma trận khối lượng, ma trận cản, ma trận đòn cứng và ma trận ngoại lực tác dụng vào hệ. Các ma trận này được trình bày như sau

Ma trận khối lượng

$$[M] = \begin{bmatrix} M_1 & & & & \\ & M_2 & & & \\ & & M_3 & & \\ & & & M_{n-1} & \\ & & & & M_n \end{bmatrix} \quad (10)$$

Ma trận đòn cứng

$$[K] = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & K_{13} & & \\ K_{12} & K_{22} & & & \\ K_{13} & & K_{33} & & \\ & & & K_{n-1} & \\ & & & & K_{nn} \end{bmatrix} \quad (11)$$

Ma trận cản

$$[C] = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & & \\ C_{12} & C_{22} & & & \\ C_{13} & & C_{33} & & \\ & & & C_{n-1} & \\ & & & & C_{nn} \end{bmatrix} \quad (12)$$

Hệ kết hợp chất lỏng và bể chứa, áp suất của chất lỏng dao động tác dụng tương đương mọi lực lên kết cấu tại bể mặt tiếp xúc của thành bể. Ma trận tác động kết hợp giữa kết cấu và chất lỏng gọi là ma trận $[Q]$ liên hệ giữa áp lực và lực tác dụng là

$$[Q] \times [P] = [f] \quad (13)$$

Trong đó $[P]$ là ma trận áp lực chất lỏng và $[f]$ là ma trận lực tác dụng tương đương lên kết cấu, ma trận $[Q]$ được xác định như sau

$$[Q] = \int_{\Omega} \begin{bmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} & \alpha_{13} & \dots & \alpha_{1n} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} & \alpha_{23} & \dots & \alpha_{2n} \\ \alpha_{31} & \alpha_{32} & \alpha_{33} & \dots & \alpha_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \alpha_{n1} & \alpha_{n2} & \alpha_{n3} & \dots & \alpha_{nn} \end{bmatrix} \quad (14)$$

Trong đó α_i là hàm dạng của chất lỏng và N_i là hàm dạng của kết cấu. α_i , β_i và γ_i là cosin chỉ hướng của nút phản tử với mặt tương tác tại biến tương tác V_a

$$t_i = \left\{ \frac{\partial \gamma}{\partial \xi}, \frac{\partial \gamma}{\partial \bar{\xi}}, \frac{\partial \gamma}{\partial \bar{\bar{\xi}}} \right\} \quad \Rightarrow \quad \sum_{i=1}^n \int_{A_e} \|t_i \times t_n\| d\xi d\eta$$

Dạng phản tử hữu hạn của miền chất lỏng được xác định theo công thức sau

$$[G][\tilde{F}] + [H][P] = [F] \quad (15)$$

Trong đó: $G_{ij} = \sum G_{ij}^e$ và $H_{ij} = \sum H_{ij}^e$ là hệ số hằng số của mỗi phản tử và $F_i = \sum F_i^e$. Mô hình này có thể tính từ công thức sau, tại mỗi bước phân tích đổi với phản tử riêng lẻ, với P là vector ứng suất.

$$G_{ij}^e = \frac{1}{g_j} \int_{\Gamma_j} N_i \sum N_j d\Gamma \quad (16)$$

$$R_i = \int \left(\frac{\partial \mathbf{N}}{\partial x} \sum \frac{\partial \mathbf{N}}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{N}}{\partial y} \sum \frac{\partial \mathbf{N}}{\partial y} + \frac{\partial \mathbf{N}}{\partial z} \sum \frac{\partial \mathbf{N}}{\partial z} \right) dV \quad (17)$$

$$F_i^* = \int N_i \frac{\partial P}{\partial n} dL \quad (18)$$

Trong đó $[F]$ là ma trận lực tác động trên miền chất lỏng. Lực này liên quan đến diều kiện biên tại bề mặt phần tử. $[F]$ có thể được tính từ công thức sau

$$[F] = -\rho [Q]^T \left([\bar{U}] + \{U_s\} \right) \quad (19)$$

Trong đó $[Q]$ là ma trận kết hợp liên hệ giữa ứng suất của chất lỏng và lực nút tương đương và ngược hướng. $\{\bar{U}\}$ là vector giá tốc của nút tại phần tử biên trong miền kết cấu, và $\{U_s\}$ là vector giá tốc tác dụng vào hệ. Do đó, công thức dao động đối với phần tử bề mặt có thể được viết như sau

$$[G][P] + [C][\dot{P}] + [H][P] = [F] - \rho [Q]^T (\{\bar{U}\} + \{U_s\}) \quad (20)$$

Trong đó, $[F] = -\rho [Q]^T \{U_s\}$, là công thức dao động của miền chất lỏng có thể được suy ra

$$[G][P] + [C][\dot{P}] + [H][P] = [F] - \rho [Q]^T (\bar{U}) \quad (21)$$

Phương trình dao động của chất lỏng trên miền thời gian, được xem như là ma trận kết hợp đối với hệ kết hợp được xác định, chuyển vị và ứng suất có thể được suy ra theo mỗi bước thời gian. Ma trận kết hợp theo miền thời gian là

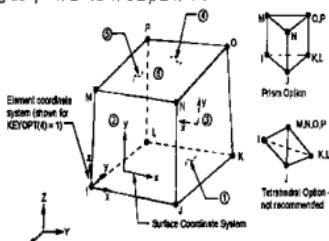
$$\begin{bmatrix} M & 0 & \bar{U} \\ 0 & C & 0 \\ P^T & G & P \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{U} \\ \dot{P} \\ P \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C & 0 & \bar{U} \\ 0 & C & P \\ G & P^T & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U \\ P \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F \\ 0 \\ H \end{bmatrix} \quad (22)$$

Trong các phương pháp bước thời gian phương pháp Newmark's được sử dụng. Theo đó tham số trong công thức (22) và đạo hàm có thể được giải theo công thức cơ bản sau

$$\begin{bmatrix} \dot{U} \\ \ddot{U} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{U} \\ \dot{P} \end{bmatrix} + [(1-\gamma)\Delta t] \begin{bmatrix} \dot{U} \\ \dot{P} \end{bmatrix} + [(\gamma\Delta t)] \begin{bmatrix} \dot{U} \\ \dot{P} \end{bmatrix} \quad (23)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{U} \\ \ddot{U} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{U} \\ \dot{P} \end{bmatrix} + \Delta t \begin{bmatrix} \dot{U} \\ \dot{P} \end{bmatrix} + [(0.5-\beta)(\Delta t)^2] \begin{bmatrix} \dot{U} \\ \dot{P} \end{bmatrix} + [B(\Delta t)^2] \begin{bmatrix} \dot{U} \\ \dot{P} \end{bmatrix} \quad (24)$$

Trong đó $\gamma=1/2$ và $1/6 \leq \beta \leq 1/4$.



Hình 1: Mô hình phần tử Sohd45 trong ANSYS.

2.3 Phần tử bê tông và phần tử nước trong ANSYS

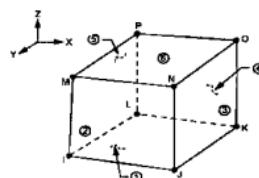
Để phân tích mô hình tháp nước, phần tử được sử dụng để mô phỏng phần tử bê tông là phần tử khối Solid45 và phần tử nước là phần tử Fluid80. Phần tử khối Solid45 là phần tử sử dụng dạng kết cấu khối trong không gian. Phần tử này được định nghĩa bởi 8 nút, mỗi nút có ba bậc tự do theo trục tọa độ x, y và z. Phần tử khối Solid45 có tính đàn hồi, có tính kéo và nén, có khả năng chịu uốn, có ứng suất và biến dạng lớn.

Phần tử chất lỏng Fluid80 là phần tử sử dụng dạng kết cấu khối trong không gian. Phần tử này được định nghĩa bởi 8 nút, mỗi nút có ba bậc tự do theo trục tọa độ x, y và z. Phần tử Fluid80 sử dụng modul đàn hồi Bulk và hệ số nhớt chất lỏng.

3. Kết quả số

3.1 Dao động tự do

Để phân tích chu kỳ dao động của tháp nước trong các trường hợp tháp có mực nước thay đổi. Thông số mô hình kết cấu đưa ra trong Bảng 1 và Bảng 2. Phân tích mode dao động của tháp trong các trường hợp mực nước thay đổi, tháp không chứa nước, tháp chứa 1/3 nước, tháp chứa 2/3 nước, và tháp đầy nước.



Hình 2: Mô hình phần tử Fluid80 trong ANSYS.

Bảng 1: Bảng thông số hình học của mô hình phân tích

Trụ tháp		
Bé dày	Bé dày	Chiều cao
0.5m	3m	30m
	Đài nước	
Bé dày	Đường kính	Chiều cao
0.3m	14m	9m

Bảng 2: Bảng thông số vật liệu mô hình phân tích

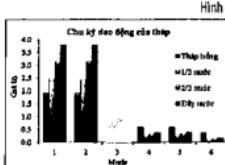
Nước		
Hệ số nhớt	Khối lượng riêng	Modul Bulk
0.005(m ² /s)	1000(kg/m ³)	2.2e9(N/m ²)
		Bê tông
Tỉ số Poisson	Khối lượng riêng	Modul đàn hồi
0.27	2400(kg/m ²)	2e10(N/m ²)

Bảng 3: Chu kỳ dao động (T(s)) của tháp khi không có nước

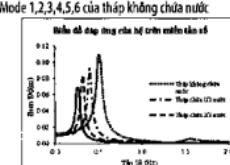
Mode	1	2	3	4	5	6
Chu kỳ T(s)	1.94	1.94	0.62	0.62	0.61	0.38



Hình 4: Mô hình và chia lưới phần tử trong ANSYS



Hình 5: Chu kỳ dao động của tháp với mực nước thay đổi



Hình 6: Đáp ứng của hệ trên mực tần số 1/3

3.2 Phân tích đáp ứng của hệ trên miền tần số

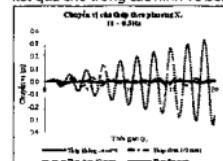
Hệ kết cấu tháp nước chịu tác động của tải trọng điều hòa $P(t)=P_0 \sin(\omega t)$. Trong đó: $P_0 = 3e4$ (N), $\omega = 2\pi f$ (rad.s $^{-1}$) với $f = 0 + 2$ (Hz). Khảo sát đáp ứng của hệ kết cấu tháp nước trên miền tần số với tỷ số căn $\xi = 0.05$ trong trường hợp tháp có mực nước thay đổi.

Bảng 5: Bảng đồ giảm chuyển vị tĩnh của tháp

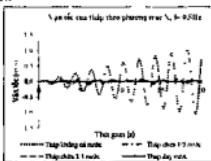
Trường hợp	Biên độ (cm)	Độ giảm chuyển vị (%)
Tháp không chứa nước	11	0%
Tháp chứa 1/3 nước	9	18.2%
Tháp chứa 2/3 nước	8	27.3%
Tháp đầy nước	7	36.4%

3.3 Kết quả phân tích đáp ứng của hệ đối với tải điều hòa

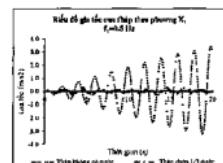
Hệ kết cấu tháp nước chịu tác động của tải trọng điều hòa $P(t)=P_0 \sin(\omega t)$. Trong đó: $P_0 = 3e4$ (N), $\omega = 2\pi f$ (rad.s $^{-1}$) với $f_1 = 0.5$ (Hz), $f_2 = 0.7$ (Hz). Phân tích đáp ứng của hệ với tải điều hòa tần số căn $\xi = 0.05$ trong trường hợp mực nước thay đổi, tháp không chứa nước, tháp chứa 1/3 nước, tháp chứa 2/3 nước, và tháp đầy nước. Các kết quả cho trong các hình vẽ bên dưới.



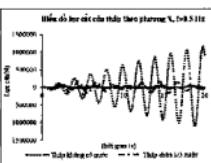
Hình 7: Đáp ứng chuyển vị của tháp khi mực nước thay đổi, đối với tải điều hòa tần số ngoại lực $f_1 = 0.5$ (Hz)



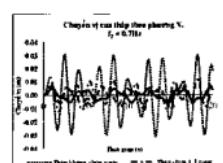
Hình 8: Đáp ứng vận tốc của tháp khi mực nước thay đổi, đối với tải điều hòa tần số ngoại lực $f_1 = 0.5$ (Hz)



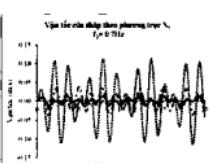
Hình 9: Đáp ứng giá tốc của tháp khi mực nước thay đổi, đối với tải điều hòa tần số ngoại lực $f_1 = 0.5$ (Hz)



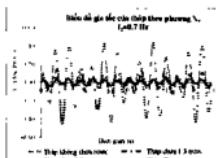
Hình 10: Đáp ứng lực cắt của tháp khi mực nước thay đổi, đối với tải điều hòa tần số ngoại lực $f_1 = 0.5$ (Hz)



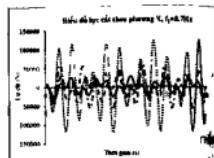
Hình 11: Đáp ứng chuyển vị của tháp khi mực nước thay đổi, đối với tải điều hòa tần số ngoại lực $f_2 = 0.7$ (Hz)



Hình 12: Đáp ứng vận tốc tháp khi mực nước thay đổi, đối với tải điều hòa tần số ngoại lực $f_2 = 0.7$ (Hz)



Hình 13: Biểu đồ giá tốc của tháp khi mực nước thay đổi, đối với tải điều hòa tần số ngoại lực $f_1 = 0.5$ (Hz)



Hình 14: Đáp ứng lực cắt của tháp khi mực nước thay đổi, đối với tải điều hòa tần số ngoại lực $f_2 = 0.7$ (Hz)

Từ các kết quả của phản ứng động của tháp, có thể thấy rằng hiệu quả giảm chấn của nước là đáng kể, nhiều trường hợp phản ứng động giảm hẳn. Như vậy sự tương tác giữa nước và thành bể mang lại hiệu quả giảm chấn nhất định.

4. Kết luận

Các kết quả được sơ lược như sau:

- Khi mực nước trong tháp tăng lên chu kỳ dao động của hàn tảng theo.
- Kết quả cho thấy giá trị chuyển vị tĩnh lớn nhất của tháp trong trường hợp có nước giảm 36.4% so với khi không có nước.
- Khi chịu tác động của tải trọng điều hòa, phản ứng của nước trong tháp làm giảm đáng kể chuyển vị, vận tốc, giá tốc, và lực cắt chấn tháp.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1] H.F. Bauer (1984), "Oscillations of immiscible liquids in a rectangular container: A new damper for excited structures", *Journal of Sound and Vibration*, 93 (1), pp.117-133.
- [2] Karim Ahsan (1990), "Reduction of Wind Induced Motion Utilizing a Tuned Shaking Damper", *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, (36), pp. 725-737.
- [3] P. Banerji, M. Murudi, A.H. Shah, N. Popplewell (2000), "Tuned liquid dampers for controlling earthquake response of structures", *Earthquake Engng Struct. Dyn.*, (29), pp. 587-602.
- [4] S. Kaneko, Y. Mazuta (2000), "Dynamical Modeling of Deepwater-Type Cylindrical Tuned Liquid Damper with a Submerged Net", *Journal of Pressure Vessel Technology*, Vol. 122, pp. 96-104.
- [5] Takanori Ikeda, "Nonlinear Parametric Vibrations of an Elastic Structure with a Rectangular Liquid Tank", *Nonlinear Dynamics* (2003), Vol. 33, pp. 43-70.
- [6] H.J. Li et al., "Theoretical and Experimental Studies on Reduction for Multi-Med Seismic Response of High-Rise Structure by Tuned Liquid Dampers", *Journal of Vibration and Control* (2004), Vol. 10, 1041.
- [7] M.J. Tait et al., "Effectiveness of a 2D TLD and Its Numerical Modeling", *Journal of Structural Engineering* (2007), Vol. 133, No. 2, pp. 251 - 263.
- [8]. M.J. Tait (2008), "Modelling and preliminary design of a structure-TLD system", *Engineering Structures*, (30), pp. 2644-2655.
- [9] J.S. Love and M.J. Tait (2013), "Equivalent Mechanical Model for Tuned Liquid Damper of Complex tank geometry coupled to a 2D structure", *Structural Control and Health Monitoring*, DOI: 10.1002/stc
- [10]. Hadi Malekghasemi et al (2013), "Experimental and numerical investigations of the dynamic interaction of tuned liquid damper-structure systems", *Journal of Vibration and Control*, DOI: 10.1177/077546313514759.
- [11]. Raji Ruth George và Asha Josegh (2016). "Dynamic analysis of elevated cement concrete water tank", *International Journal for Innovative Research in Science & Technology*, Vol 3, Issue 03, ISSN: 2349-6010.