NGHIÊN CỨU TRẠNG THÁI ỨNG SUẤT CỦA PANEL TRỤ TRÊN CƠ SỞ LÝ THUYẾT BIẾN DẠNG TRƯỢT BẬC CAO

INVESTIGATION OF THE DEFLECTED MODE OF CYLINDRICAL PANELS BY HIGHER-ORDER SHEAR DEFORMATION THEORY

TS. **Trần Ngọc Đoàn**, ThS. **Trần Văn Hùng**
Học viện Kỹ thuật Quân sự

TÓM TẮT

Bài báo nghiên cứu trạng thái ứng suất của panel trụ trên cơ sở lý thuyết biến dạng trượt bậc cao, có tính đến ảnh hưởng của ứng suất cắt theo phương pháp tuyến. Trường chuyển vị được phân tích dưới dạng tổng theo chiều dày. Trong bài báo trình bày kết quả phân tích trạng thái ứng suất của panel trụ dưới tác dụng của tải trọng tập trung.

Từ khóa: *Panel trụ, lý thuyết biến dạng trượt bậc cao, biến dạng cắt pháp tuyến, tải trọng tập trung.*

ABSTRACT

The deflected mode of cylindrical panels is presented based on a higher-order shear and normal deformation theory. The displacements are expanded into polynomial series as functions of orthogonal coordinate. The analysis of deflected mode of cylindrical panel under the action of local loads is considered.

Keywords: *Cylindrical panel, higher-order shear deformation theory, normal shear deformation, local load.*

1. ĐẶT VẤN ĐỀ

Kết cấu dạng tấm, vỏ mỏng được sử dụng rộng rãi trong các lĩnh vực khác nhau, đặc biệt trong hàng không-vũ trụ. Nghiên cứu trạng thái ứng suất của kết cấu thành mỏng dạng tấm, vỏ được nhiều nhà khoa học quan tâm. Trong các công trình nghiên cứu đó, phần lớn các tác giả sử dụng lý thuyết cổ điển [1,2], lý thuyết biến dạng trượt bậc nhất [2], hoặc các lý thuyết tương đương [3]. Điểm chung của các lý thuyết này là bỏ qua biến dạng trượt bậc cao. Do đó, khi sử dụng những lý thuyết nêu trên trong kiểm bền kết cấu thường có độ chính xác không cao, đặc biệt tại những vùng nguy hiểm.

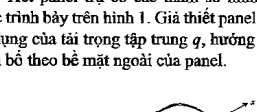
Trong thiết kế, chế tạo kết cấu có khối lượng nhẹ, độ bền cao, vấn đề thời sự đang đặt ra là cần tính toán, thiết kế kết cấu bằng các lý thuyết chính xác hơn, cho phép tính tới ảnh hưởng của biến dạng trượt bậc cao [2,4]. Sử dụng những lý thuyết này cho phép đánh giá

chính xác độ bền kết cấu tại những vùng nguy hiểm.

Trong bài báo, các tác giả sử dụng cách tiếp cận được trình bày trong [4] để nghiên cứu trạng thái ứng suất của panel trụ, chịu tải trọng tập trung. Phương pháp tiếp cận này cho phép nghiên cứu trạng thái ứng suất của kết cấu có tính đến ảnh hưởng của cả biến dạng trượt bậc cao và ứng suất cắt theo phương pháp tuyến.

2. CÁC PHƯƠNG TRÌNH CƠ BẢN

Xét panel trụ có các tham số hình học được trình bày trên hình 1. Giả thiết panel chịu tác dụng của tải trọng tập trung q, hướng tâm, phân bố theo bề mặt ngoài của panel.



Hình 1. Các tham số hình học của panel trụ và hệ tọa độ

Trường chuyển vị của panel trụ được phân tích thành dạng tổng sau:

$$u(\xi,\theta,z)=\sum_{k=0}^{N}u_k(\xi,\theta)\frac{z^k}{k!},\quad v(\xi,\theta,z)=\sum_{k=0}^{N}v_k(\xi,\theta)\frac{z^k}{k!},\quad (1)$$

$$w(\xi,\theta,z)=\sum_{k=0}^{N-1}w_k(\xi,\theta)\frac{z^k}{k!},\quad \xi=\frac{x}{R}.$$

Việc phân tích trường chuyển vị dưới dạng tổng (1) với N≥2 cho phép nghiên cứu trạng thái ứng suất của panel có tính đến ảnh hưởng của biến dạng trượt bậc cao và ứng suất cắt theo phương pháp tuyến [4].

Đối với panel trụ đồng chất, đẳng hướng, phương trình cân bằng của phân tố vỏ được viết dưới dạng sau:

$$\begin{aligned}
&\sum_{n=0}^{N}\left(K^1_{1n}+K^1_{1n11}\frac{\partial^2}{\partial\xi^2}+K^1_{1n22}\frac{\partial^2}{\partial\theta^2}\right)u_n+\sum_{n=0}^{N}K^1_{1n12}\frac{\partial^2}{\partial\xi\partial\theta}v_n+\sum_{n=0}^{N-1}K^1_{1n2}\frac{\partial}{\partial\xi}w_n=0,\\
&\sum_{n=0}^{N}K^1_{2n12}\frac{\partial^2}{\partial\xi\partial\theta}u_n+\sum_{n=0}^{N}\left(K^1_{2n}+K^1_{2n11}\frac{\partial^2}{\partial\xi^2}+K^1_{2n22}\frac{\partial^2}{\partial\theta^2}\right)v_n+\sum_{n=0}^{N-1}K^1_{2n1}\frac{\partial}{\partial\theta}w_n=0,\\
&\sum_{n=0}^{N}K^1_{1n}\frac{\partial}{\partial\xi}u_n+\sum_{n=0}^{N-1}\left(K^1_{2n}+K^1_{2n11}\frac{\partial^2}{\partial\xi^2}+K^1_{2n22}\frac{\partial^2}{\partial\theta^2}\right)w_n+\sum_{n=0}^{N}K^1_{2n1}\frac{\partial}{\partial\theta}v_n=K^1_0q,\\
&\qquad l=\overline{1,(N+1)},\ i=\overline{(N+2),(2N+2)},\ j=\overline{(2N+3),(3N+2)}.
\end{aligned}\quad (2)$$

Trong đó, các hệ số K phụ thuộc vào các tham số hình học và vật liệu chế tạo panel trụ.

Khi tính toán kết cấu, một trong những điều kiện biên có nhiều giá trị thực tiễn và hay gặp trong thực tế là điều kiện biên gối tựa tại hai biên $\xi=0$, $\xi=a/R$. Để thỏa mãn điều kiện biên trong trường hợp đó, trường chuyển vị và tải trọng ngoài được phân tích dưới dạng sau:

$$\begin{aligned}
&u_n(\xi,\theta)=\sum_{k=1}^{\infty}U_{nk}(\theta)\cos\lambda_k\xi,\\
&v_n(\xi,\theta)=\sum_{k=1}^{\infty}V_{nk}(\theta)\sin\lambda_k\xi,\\
&w_m(\xi,\theta)=\sum_{k=1}^{\infty}W_{mk}(\theta)\sin\lambda_k\xi,\\
&q(\xi,\theta)=\sum_{k=1}^{\infty}Q_k(\theta)\sin\lambda_k\xi,\ \lambda_k=k\pi R/a.
\end{aligned}\quad (3)$$

Thay thế (3) vào (2), sau một số phép biến đổi đơn giản, ta được hệ phương trình vi phân sau:

$$\begin{aligned}
&\sum_{n=0}^{N}\left(K^1_{1n}-\lambda_k^2K^1_{1n11}+K^1_{1n22}\frac{d^2}{d\theta^2}\right)U_{nk}+\sum_{n=0}^{N}K^1_{1n12}\lambda_k\frac{d}{d\theta}V_{nk}+\sum_{n=0}^{N-1}K^1_{1n2}\lambda_kW_{nk}=0,\\
&-\sum_{n=0}^{N}K^1_{2n12}\lambda_k\frac{d}{d\theta}U_{nk}+\sum_{n=0}^{N}\left(K^1_{2n}-\lambda_k^2K^1_{2n11}+K^1_{2n22}\frac{d^2}{d\theta^2}\right)V_{nk}+\sum_{n=0}^{N-1}K^1_{2n1}\frac{d}{d\theta}W_{nk}=0,\\
&-\sum_{n=0}^{N}K^1_{1n}\lambda_kU_{nk}+\sum_{n=0}^{N-1}\left(K^1_{2n}-\lambda_k^2K^1_{2n11}+K^1_{2n22}\frac{d^2}{d\theta^2}\right)W_{nk}+\sum_{n=0}^{N}K^1_{2n1}\frac{d}{d\theta}V_{nk}=K^1_0Q_k.
\end{aligned}\quad (4)$$

Hệ phương trình (4) được giải bằng phương pháp giải tích, sử dụng phép biến đổi Laplace. Việc áp dụng phép biến đổi Laplace

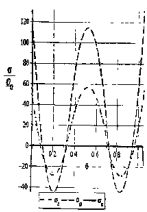
trong giải hệ phương trình dạng (4) cho phép giảm được một nửa các hằng số tích phân cần tìm [4].

3. TÍNH TOÁN SỐ VÀ THẢO LUẬN

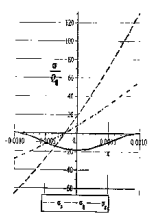
Để làm ví dụ tính toán, ta nghiên cứu panel trụ có các tham số hình học và vật liệu sau: Chiều dài $a = 0,4\ m$, bán kính $R = 0,1\ m$ chiều dày $2h = 2\ mm$, góc mở $\theta_0 = 60°$, vật liệu có hệ số Poisson $\mu = 0,3$. Điều kiện biên trên hai biên $\xi = 0, \xi = a/R$ là gối tựa, trên hai biên $\theta = 0$, $\theta = \theta_0$ là ngàm chặt. Tải trọng tập trung có quy luật phân bố như sau:

$$q(\xi,\theta) = \begin{cases} 0, & 0 \le \theta < \theta_1 = 20°,\ \theta_2 < \theta \le \theta_0 \\ Q_0 \sin\dfrac{k\pi R}{a}\xi, & \theta_1 \le \theta \le \theta_2 = 40°,\ Q_0 = const. \end{cases}$$

Trong phân tích (1) ta chọn $N = 2$. Trên hình 2, 3 trình bày kết quả tính toán các ứng suất pháp tuyến cực đại trong trường hợp $k = 3$. Sự phân bố của các ứng suất pháp tuyến theo bề dày vỏ tại vị trí biên $\theta = 0$ được trình bày trên hình 3.



Hình 2. Phân bố ứng suất pháp tuyến cực đại theo dây cung vỏ



Hình 3. Phân bố ứng suất pháp tuyến cực đại theo bề dày vỏ tại biên

Phân tích kết quả tính toán số nhận được, ta dễ thấy tại vị trí biên giá trị ứng suất cắt theo phương pháp tuyến σ_z (thường bị bỏ qua trong tính toán [1, 2, 3]) nhận được trong công trình này xấp xỉ bằng 15% giá trị ứng suất pháp σ_x cực đại. Điều này có ý nghĩa vô cùng quan trọng trong đánh giá độ bền kết cấu dạng tấm vỏ tại vùng biên.

4. KẾT LUẬN

Trên cơ sở các kết quả nhận được trong nghiên cứu trạng thái ứng suất của panel trụ có tính đến ảnh hưởng của biến dạng trượt bậc cao và ứng suất cắt theo phương pháp tuyến, có thể rút ra một số kết luận sau:

- Bài báo đã trình bày phương pháp nghiên cứu trạng thái ứng suất của panel trụ có tính đến ảnh hưởng của biến dạng trượt bậc cao và ứng suất cắt theo phương pháp tuyến.

- Ứng suất cắt theo phương pháp tuyến (bị bỏ qua trong lý thuyết cổ điển và lý thuyết biến dạng trượt bậc nhất) có giá trị so sánh được với các ứng suất pháp tuyến cực đại; điều này có ý nghĩa quan trọng trong đánh giá độ bền kết cấu, đặc biệt là tại các vùng chuyển tiếp (vùng biên).❖

Ngày nhận bài: **15/01/2017**
Ngày phản biện: **18/02/2017**

Tài liệu tham khảo:

[1]. Новожилов, В. В., Черных, К. Ф., Михайловский, Е. И. (1991). Линейная теория тонких оболочек. Л.: Политехника.

[2]. Reddy, J. N. (2004). Mechanics of laminated composite plates and shells. Theory and analysis. CRC Press , New York, second edition.

[3]. Гольденвейзер, А. Л. (1976). Теория упругих тонких оболочек. М.: Наука.

[4]. Firsanov, V. V., Doan, T. N. (2015). Investigation of the statics and free vibrations of cylindrical shells on the basis of a nonclassical theory. Composites: Mechanics, Computations, Applications: An International Journal. Vol. 6, Issue 2, pp. 135-166.