

PHƯƠNG PHÁP NGUYÊN LÝ CỰC TRỊ GAUSS TÍNH DÂY ĐƠN CÓ CHIỀU DÀI DÂY KHÁC CHIỀU DÀI NHỊP VÀ ẢNH HƯỞNG CỦA NHIỆT ĐỘ

NCS.ThS. PHÙNG BÁ THẮNG
Trường Đại học Công nghệ GTVT
TS. NGUYỄN TƯỜNG LAI
Học viện Kỹ thuật quân sự

Tóm tắt: Bài báo trình bày phương pháp nguyên lý cực trị Gauss áp dụng để thiết lập và giải bài toán tính kết cấu dây mềm dạng đơn giản chịu tác dụng của tải trọng với các trường hợp: Dây dài hơn nhịp, dây ngắn hơn nhịp và dây chịu ảnh hưởng của thay đổi nhiệt độ. Phương pháp tính kết cấu dây trình bày trong bài báo cho phép xác định đồng thời cả lực căng và chuyển vị của dây mà không cần giả thiết trước độ võng của dây như các phương pháp hiện hành.

Abstract: This article presents application of the Gaussian Extreme Principle method to formulate and analysis of simple cable subjected to concentrated load and temperature variation, the length of cable can be longer or shorter than span. The presented method allow to determine both internal tension force and displacement of cable without knowing the dip of cable.

Đặt vấn đề

Tính toán dây đơn là một bài toán cơ bản trong phân tích các kết cấu dây và hệ treo. Trong tính toán, dây được xem là dây mềm chỉ làm việc chịu kéo, bỏ qua khả năng chịu uốn. Tính toán dây đơn hiện nay dựa trên đường cong dây xích do trọng lượng bản thân (the common catenary) có dạng hyperbolic hoặc parabol [5,6,7]. Lực căng trong dây chỉ được xác định khi đã biết trước độ võng lớn nhất của dây.

Trong bài báo trước [3], tác giả đã áp dụng phương pháp nguyên lý cực trị Gauss để thiết lập hệ phương trình của bài toán tính dây mềm dưới tác dụng tải trọng tập trung khi xét chiều dài dây bằng chiều dài nhịp, cho phép giải được đồng thời chuyển vị và lực căng trong dây. Khi dây chịu tác dụng của tải trọng hay nhiệt độ, dây sẽ bị biến dạng so với lực trước khi chịu tác dụng của tải trọng hay nhiệt độ; lực căng trong mỗi đoạn dây sẽ phụ thuộc vào đó dần dài và do đó là chuyển vị của đoạn dây. Áp dụng phương pháp nguyên lý cực trị Gauss sẽ lập được phiếm hàm biểu diễn trọng lượng cường bức trong dây ở trạng thái khảo sát [3]:

$$Z = \sum_{i=1}^n \int_0^{l_i} N_i c_i dx - \sum_{i=1}^n P_i v_i \rightarrow \min$$

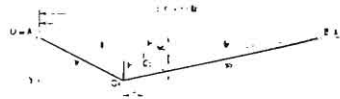
Nếu không xét lực phân bố do trọng lượng bản thân của dây thì có thể xem rằng độ dần dài và lực căng trong mỗi đoạn dây là hằng số. Trong phiếm hàm Z , cần xem biến dạng ϵ_i , độc lập với nội lực N_i ; chuyển vị v_i , độc lập với ngoại lực P_i . Từ điều kiện cực tiểu của phiếm hàm sẽ lập được hệ phương trình phi tuyến chứa ẩn số là giá trị chuyển vị của dây tại điểm đặt tải, sau khi giải sẽ xác định được trạng thái

biến dạng của dây và lực căng trong các đoạn dây tương ứng.

Dưới đây sẽ lần lượt trình bày cách xây dựng hệ phương trình và lời giải cho các trường hợp dây đơn chịu tác dụng của lực tập trung khi chiều dài dây khác chiều dài nhịp và khi có ảnh hưởng của sự thay đổi nhiệt độ.

1. Trường hợp dây đơn có chiều dài dây dài hơn chiều dài nhịp

Xét bài toán dây đơn treo trên hai gối ngang mức AB có chiều dài dây l lớn hơn chiều dài nhịp l_0 , chịu lực tập trung P tác dụng lên dây tại điểm cách đều gối A khoảng l_1 . Độ cứng kháng kéo của dây là EA, giả thiết trọng lượng bản thân của dây nhỏ và có thể bỏ qua (hình 1).



Hình 1. Sơ đồ tính dây đơn có chiều dài dây lớn hơn chiều dài nhịp

Bài toán đây là bài toán phi tuyến, vì vậy cần phải xác định trạng thái dây trước khi chịu tải rồi so sánh trạng thái sau chịu tải với trạng thái trước đó.

Xác định trạng thái ban đầu của dây trước khi chịu tải. Trong bài toán dây có chiều dài dây lớn hơn nhịp, vị trí ban đầu của dây trước khi biến dạng là AC₀B với chiều dài các đoạn dây là l_1, l_2 đã biết và $l_1 + l_2 = l$, khi đó tọa độ điểm C₀ được xác định:

$$x_{c_0} = (l_1^2 + l_2^2 - l_0^2) / (2l_0); y_{c_0} = \sqrt{l_1^2 - x_{c_0}^2} \quad (1)$$

Xác định trạng thái của dây sau khi biến dạng.

Dưới tác dụng lực P , dây bị biến dạng, trạng thái dây sau khi biến dạng là AC₁B. Gọi u, v tương ứng là chuyển vị của điểm đặt lực theo hai phương x, y . Ta có tọa độ của điểm C₁:

$$x_1 = x_0 + u; y_1 = v \quad (2)$$

Chiều dài các đoạn dây sau khi biến dạng:

$$s_1 = \sqrt{x_1^2 + y_1^2}; s_2 = \sqrt{(l_0 - x_1)^2 + y_1^2} \quad (3)$$

So sánh trạng thái của dây sau khi chịu lực tập trung P với trạng thái trước đó. Ta có biến dạng trong dây:

$$\varepsilon_1 = \frac{s_1 - l_1}{l_1}; \quad \varepsilon_2 = \frac{s_2 - l_2}{l_2} \quad (4)$$

Lực căng trong các đoạn dây:

$$N_1 = EA\varepsilon_1; \quad N_2 = EA\varepsilon_2 \quad (5)$$

Theo phương pháp nguyên lý cực trị Gauss ta viết lượng cưỡng bức bài toán:

$$Z = N_1\varepsilon_1 + N_2\varepsilon_2 - Pv \rightarrow \min \quad (6)$$

Điều kiện cực trị của phiếm hàm Z:

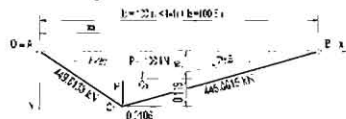
$$\frac{\partial Z}{\partial u} = l_1 N_1 \frac{\partial \varepsilon_1}{\partial u} + l_2 N_2 \frac{\partial \varepsilon_2}{\partial u} = 0; \quad (7)$$

$$\frac{\partial Z}{\partial v} = l_1 N_1 \frac{\partial \varepsilon_1}{\partial v} + l_2 N_2 \frac{\partial \varepsilon_2}{\partial v} - P = 0$$

Hệ (7) là hệ hai phương trình phi tuyến chứa hai ẩn số u, v . Sử dụng phương pháp giải số đúng dần để giải, ở đây tác giả dùng hàm *fsolve* trong phần mềm Matlab, giải xác định được u, v và thay vào các biểu thức từ (2) đến (5) xác định được lực căng trong dây.

Ví dụ 1: Dây đơn có chiều dài nhịp $l_n = 100\text{m}$, chiều dài dây $l = 100.5\text{m}$, $EA = 1708000\text{ kN}$; lực tập trung $P = 100\text{ kN}$ đặt cách gối A một khoảng $l_1 = 30\text{m}$;

Kết quả tìm được điểm đặt lực ban đầu $x_0 = 29.6488\text{m}$; $y_0 = 4.5773\text{m}$ và nội lực, chuyển vị được thể hiện trong hình 2.



Hình 2. Kết quả bài toán dây đơn có chiều dài dây lớn hơn chiều dài nhịp

So sánh với trường hợp dây dài bằng nhịp (bảng 1)

Bảng 1. Kết quả tính toán nội lực, chuyển vị

Kết quả	u (m)	v (m)	N_1 (kN)	N_2 (kN)	ΣF_x (kN)	ΣF_y (kN)
$l > l_n$	-0.0106	0.119	44.9 813	44.5 061	0.12e-9	0.53e-10
$l = l_n$	-0.2845	1.7286	1216 208	1214 560	0.48e-10	0.45e-11

Trong bảng 1 ta thấy so với trường hợp dây dài hơn nhịp ($l > l_n$) và cùng vị trí đặt lực cho ta kết quả nội lực nhỏ hơn rất nhiều so với trường hợp dây dài bằng nhịp ($l = l_n$).

Trong các trường hợp đều kiểm tra điều kiện cân bằng nút, tổng hình chiếu các lực theo các phương x, y :

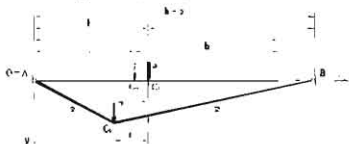
$$\text{Khi dây dài hơn nhịp: } \begin{cases} \Sigma F_x = 0.12 \cdot 10^{-9} \approx 0 \\ \Sigma F_y = 0.5310 \cdot 10^{-10} \approx 0 \end{cases}$$

$$\text{Khi dây dài bằng nhịp: } \begin{cases} \Sigma F_x = 0.48 \cdot 10^{-10} \approx 0 \\ \Sigma F_y = 0.45 \cdot 10^{-11} \approx 0 \end{cases}$$

Điều kiện cân bằng thỏa mãn cho thấy kết quả tính toán là hoàn toàn chính xác.

2. Trường hợp dây đơn có chiều dài dây nhỏ hơn chiều dài nhịp (dây căng trước)

Xét bài toán dây đơn treo trên hai gối ngang mức AB có chiều dài dây l nhỏ hơn chiều dài nhịp l_n , chịu lực tập trung P cách gối A khoảng l_1 , độ cứng kháng kéo của dây là EA. (hình 3).



Hình 3. Sơ đồ tính dây đơn căng trước

Trạng thái trước của dây được xét là khi cũng dây về gối. Điểm đặt lực ban đầu là C_0 , tương ứng có chiều dài các đoạn dây là l_1, l_2 , ($l_1 + l_2 = l_n$).

Khi kéo dây về gối, điểm C_0 sẽ di chuyển tới điểm C_k , tương ứng có chiều dài các đoạn dây là l_{1k}, l_{2k} , ($l_{1k} + l_{2k} = l = l_n$). Khi đó có thể viết:

$$l_{1k} = l_1 + l_1 \frac{l_n - l}{l}; \quad l_{2k} = l_2 - l_1 \quad (8)$$

Trong dây xuất hiện lực căng trước:

$$N_{1k} - N_{2k} - N_k = EA \frac{l_n - l}{l} \quad (9)$$

Trạng thái sau của dây là khi tác dụng lực tập trung P. Khi tác dụng lực tại điểm C_k thì vị trí mới của lực sẽ là C_p , tương ứng có chiều dài các đoạn dây là s_1, s_2 . Gọi u, v là chuyển vị của điểm đặt lực. Ta có tọa độ của điểm C_p :

$$x_i = l_{1k} + u; \quad y_i = v \quad (10)$$

Chiều dài dây sau khi tác dụng lực P:

$$s_1 = \sqrt{(x_i^2 + y_i^2)}; \quad s_2 = \sqrt{((l_n - x_i)^2 + y_i^2)} \quad (11)$$

So sánh trạng thái của dây sau khi chịu lực tập trung P với trạng thái trước đó. Ta có biến dạng trong dây:

$$\varepsilon_1 = \frac{s_1 - l_{1k}}{l_{1k}} + \frac{N_k}{EA}; \quad \varepsilon_2 = \frac{s_2 - l_{2k}}{l_{2k}} + \frac{N_k}{EA} \quad (12)$$

Trong công thức, nếu khi không tác dụng lực P thì $u = v = 0$, $s_1 = l_{1k}$, $s_2 = l_{2k}$ và biến dạng chỉ là do lực căng trước N_k .

Lực căng trong dây:

$$N_1 = EA\varepsilon_1; \quad N_2 = EA\varepsilon_2 \quad (13)$$

Theo phương pháp nguyên lý cực trị Gauss, lượng cưỡng bức bài toán được viết:

$$Z = l_{1k} N_1 \varepsilon_1 + l_{2k} N_2 \varepsilon_2 - Pv \rightarrow \min \quad (14)$$

Điều kiện cực trị của phiếm hàm Z:

$$\frac{\partial Z}{\partial u} = l_{1k} N_1 \frac{\partial \varepsilon_1}{\partial u} + l_{2k} N_2 \frac{\partial \varepsilon_2}{\partial u} = 0;$$

$$\frac{\partial Z}{\partial v} = l_{1k} N_1 \frac{\partial \varepsilon_1}{\partial v} + l_{2k} N_2 \frac{\partial \varepsilon_2}{\partial v} - P = 0 \quad (15)$$

Hệ là hệ phương trình phi tuyến có hai ẩn u, v .

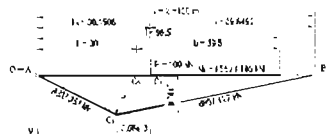
Giải hệ trên ta được các chuyển vị u, v , thay vào các biểu thức từ đến xác định được lực căng trong dây.

Ví dụ 2: Bài toán dây căng trước, chiều dài dây $l = 99.5$ m, chiều dài nhíp $l_0 = 100$ m, $EA = 1708000$ kN, $P = 100$ kN; vị trí dự kiến đặt lực $l_1 = 30$ m.

Kết quả thể hiện trên. Kiểm tra điều kiện cân bằng nút được thỏa mãn:

$$\sum F_x = 0.79 \cdot 10^{-3} \approx 0$$

$$\sum F_y = 0.77 \cdot 10^{-3} \approx 0$$



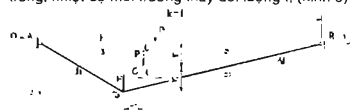
Hình 4. Kết quả tính dây đơn căng trước

- So sánh với kết quả khi dây cùng chiều dài nhíp, cùng độ lớn và vị trí đặt tải nhưng không căng trước so sánh với trường hợp dây dài bằng nhíp (Bảng 1), rõ ràng khi căng trước, lực căng trong dây lớn hơn nhiều nhưng ngược lại chuyển vị của dây rất bé.

- Khi cho $l_0 = l$, kết quả trở về với bài toán chiều dài dây bằng chiều dài nhíp. Khi cho $P = 0$, nội lực trong dây chỉ còn là do lực căng trước. Điều đó khẳng định cách giải bài toán là chính xác.

3. Bài toán dây đơn xét ảnh hưởng của nhiệt độ

Xét bài toán dây đơn có độ cứng kéo nén EA, chiều dài dây l bằng chiều dài nhíp l_0 , lực tập trung P đặt cách gối A khoảng l_1 , sau khi tác dụng lực tập trung, nhiệt độ môi trường thay đổi lượng t , (hình 5)



Hình 5. Tính dây đơn chịu lực tập trung và nhiệt độ

- Trạng thái ban đầu của dây là trạng thái dây chịu lực tập trung P , đã có kết quả như trong [3].

Dưới tác dụng tải trọng P , điểm đặt tải C_1 di chuyển tới C_1 . Tọa độ điểm C_0 là $x_0 = l_1, y_0 = 0$.

Gọi u, v là chuyển vị của điểm đặt lực C_1 , ta có tọa độ của điểm C_1 :

$$x_1 = x_0 + u; y_1 = y_0 + v \tag{16}$$

Chiều dài dây sau khi biến dạng:

$$s_1 = \sqrt{(x_1^2 + y_1^2)}; s_2 = \sqrt{((l_0 - x_1)^2 + y_1^2)} \tag{17}$$

Biến dạng của các đoạn dây:

$$\epsilon_{1P} = \frac{s_1 - l_1}{l_1}; \epsilon_{2P} = \frac{s_2 - l_2}{l_2} \tag{18}$$

Lực căng trong các đoạn dây:

$$N_{1P} = EA\epsilon_{1P}; N_{2P} = EA\epsilon_{2P} \tag{19}$$

Ta viết lượng cưỡng bức bài toán:

$$Z = l_1 N_{1P} \epsilon_{1P} + l_2 N_{2P} \epsilon_{2P} - P v_1 \rightarrow \min \tag{20}$$

Điều kiện cực trị của phiếm hàm Z :

$$\frac{\partial Z}{\partial u_1} = l_1 N_{1P} \frac{\partial \epsilon_{1P}}{\partial u_1} + l_2 N_{2P} \frac{\partial \epsilon_{2P}}{\partial u_1} = 0;$$

$$\frac{\partial Z}{\partial v_1} = l_1 N_{1P} \frac{\partial \epsilon_{1P}}{\partial v_1} + l_2 N_{2P} \frac{\partial \epsilon_{2P}}{\partial v_1} - P = 0 \tag{21}$$

Giải hệ phương trình phi tuyến xác định được u, v , và xác định được trạng thái dây AC₁B.

Khi nhiệt độ môi trường thay đổi một lượng Δt , chiều dài dây dưới ảnh hưởng của nhiệt độ:

$$s_{1t} = s_1 (1 + \alpha \Delta t); s_{2t} = s_2 (1 + \alpha \Delta t) \tag{22}$$

trong đó: α là hệ số giãn nở nhiệt, Δt là thay đổi nhiệt độ môi trường.

- Trạng thái dây sau biến dạng

Gọi u_2, v_2 là chuyển vị của C_{2P} , tọa độ của điểm C_{2P} :

$$x_2 = x_1 + u_2; y_2 = y_1 + v_2 \tag{23}$$

Chiều dài dây:

$$d_1 = \sqrt{x_2^2 + y_2^2}; d_2 = \sqrt{(l_0 - x_2)^2 + y_2^2} \tag{24}$$

- So sánh trạng thái sau biến dạng so với trạng thái trước đó, ta có biến dạng trong dây:

$$\epsilon_{1t} = \frac{d_1 - s_{1t}}{s_{1t}} + \frac{N_{1P}}{EA}; \epsilon_{2t} = \frac{d_2 - s_{2t}}{s_{2t}} + \frac{N_{1P}}{EA} \tag{25}$$

Lực căng trong dây

$$N_t = EA\epsilon_{1t}; N_t = EA\epsilon_{2t} \tag{26}$$

Theo phương pháp nguyên lý cực trị Gauss, lượng cưỡng bức bài toán được viết:

$$Z = s_{1t} N_t \epsilon_{1t} + s_{2t} N_t \epsilon_{2t} - P v_2 \rightarrow \min \tag{27}$$

Điều kiện cực trị của phiếm hàm Z :

$$\frac{\partial Z}{\partial u_2} = s_{1t} N_t \frac{\partial \epsilon_{1t}}{\partial u_2} + s_{2t} N_t \frac{\partial \epsilon_{2t}}{\partial u_2} = 0;$$

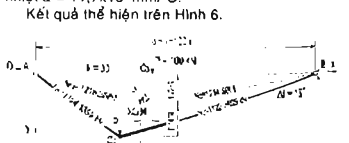
$$\frac{\partial Z}{\partial v_2} = s_{1t} N_t \frac{\partial \epsilon_{1t}}{\partial v_2} + s_{2t} N_t \frac{\partial \epsilon_{2t}}{\partial v_2} - P = 0 \tag{28}$$

Giải hệ 11m được nghiệm u_2, v_2 , thay vào các biểu thức 23 + 26 xác định được nội lực trong dây.

Ví dụ 3: Bài toán dây đơn có chiều dài dây bằng chiều dài nhíp $l = l_0 = 100$ m, $EA = 1708000$ kN, lực

tập trung $P = 100$ kN đặt cách gối khoảng $l_1 = 30$ m. Nhiệt độ môi trường thay đổi $\Delta t = 15^\circ$, hệ số dẫn nở nhiệt $\alpha = 11,7 \cdot 10^{-6} \text{mm/m}^\circ\text{C}$.

Kết quả thể hiện trên Hình 6.



Hình 6. Kết quả tính dây đơn chịu lực tập trung và nhiệt độ

Trong bài toán này ta thấy, với nhiệt độ tăng $\Delta t = 15^\circ$ thì dây sẽ giãn, lực căng trong dây là: $N_1 = 124.1339$ kN

$N_2 = 1122.3505$ kN giảm so với trường hợp chỉ có lực tập trung mà không xét ảnh hưởng nhiệt độ

$N_{1P} = 1126.2080$ kN, $N_{2P} = 1214.506$ kN.

Giải bài toán với các trường hợp thay đổi nhiệt độ khác nhau. Kết quả thể hiện trong (Bảng 2).

Bảng 2. Kết quả lĩnh dầy đơn chịu tải trọng và nhiệt độ

Δt (°C)	N_1 (kN)	N_2 (kN)	ν_1 (m)	ν_2 (m)	ΣF_x (kN)	ΣF_y (kN)
15	1124,133	1122,385	-0,0346	0,1410	0,1960	0,2610
0	1218,208	1214,561	2,06-019	-1,24-073	0,1460	0,26-10
-15	1324,738	1323,274	0,0645	-0,1316	0,3060	0,396-11

Trong bảng ta thấy nếu ta cho $Dt=0$, sẽ nhận được

kết quả: $\nu_1 = 2.9e - 015 \approx 0$ $\nu_2 = -1.2e - 013 \approx 0$; kết

quả trở về bài toán dầy chỉ chịu lực tập trung. Còn nếu cho $\Delta t < 0$, thì lực căng trong dầy lại tăng.

$\Sigma F_x, \Sigma F_y$ trong các trường hợp kiểm tra cân bằng nút đều thỏa mãn. Điều đó cho thấy rằng kết quả là hoàn toàn chính xác.

4. Kết luận

Phương pháp nguyên lý cực trị Gauss cho lời giải chính xác về nội lực và chuyển vị của dầy dưới tác dụng của tải trọng tập trung treo trên dầy và tác động của biến thiên nhiệt độ. Phương pháp lĩnh dầy đơn của tác giả trình bày ở đây cho phép xét được cả ảnh hưởng của chiều dài dầy so với chiều dài nhịp căng dầy đến nội lực trong dầy.

Khác với lý thuyết lĩnh dầy hiện nay, phương pháp nguyên lý cực trị Gauss dùng lĩnh toán dầy đơn là tổng quát hơn, đã đưa ra các kết quả lĩnh toán đồng thời cả về chuyển vị và lực căng trong dầy mà không cần cho trước giá trị của độ võng lớn nhất, đặc biệt

còn cho biết chuyển vị ngang là vấn đề khó trong lý thuyết lĩnh toán kết cấu dầy.

Do bài toán dầy là bài toán phi tuyến hình học nên khi xây dựng lượng cường bức và các phương trình lĩnh toán cần chú ý so sánh trạng thái chuyển vị và biến dạng của dầy trước và sau khi chất tải để nhận được lời giải đúng \square

Tài liệu tham khảo

- [1]. Hà Huy Cương, *Phương pháp nguyên lý cực trị Gauss*, Tạp chí Khoa học và Kỹ thuật, (4/2005).
- [2]. Phùng Bá Thắng, *Phương pháp lĩnh kết cấu dàn có xét đến biến dạng dọc trục của thanh*, Tạp chí cầu đường (4/2008).
- [3]. Phùng Bá Thắng, Hà Huy Cương, *Tính dầy đơn theo phương pháp nguyên lý cực trị Gauss*, Tạp chí Cầu đường (6/2012).
- [4]. Phạm Văn Trung, *Phương pháp mời lĩnh hệ kết cấu dầy và mái treo*, Luận án tiến sỹ kỹ thuật, Trường Đại học Kiến trúc Hà Nội (2006).
- [5]. Sir. Alfred Pugsley, *The theory of suspension bridges*, Edward Arnold Ltd, London (1957).
- [6]. Walter Podolny Jr and John B. Scalzi, *Construction and Design of Cable-Stayed Bridges*, United States of America (1986).
- [7]. René Walther, Bernard Houriet, Walmar Isler, Pierre Moia, *Cable stayed bridges*, Thomas Telford Ltd, London (1988).

PHÂN TÍCH HIỆU QUẢ...

(Tiếp theo trang 39)

+ Cao trình đỉnh chân kè quá cao, nằm trên mực nước thấp, nên dễ bị moi xói và làm sập mái kè.

+ Các loại ống buy hình dạng khác nhau không cài thiện được lĩnh hình xói chân kè.

+ Một số nơi thiết kế lằm giằng ống buy bằng đồ BT tại chỗ, không cốt thép, lằm đá ngoài ống buy cũng đồ vữa BT trực tiếp lên thềm là không hợp lý.

2.3. Những vấn đề về thi công

+ Độ kín giữa các ống buy, cho dù là loại ống tròn, lực lằm... nhiều trường hợp đều không bảo đảm.

+ Nếu gia cố chân kè biển bằng hệ cọc, bản, thì vừa có giá thành cao, vừa khó khăn trong thi công hạ cọc trong điều kiện sóng gió, nhất là ở vùng đất cát.

3. Một số kiến nghị

- Nên thiết kế chân kè đủ rộng, đủ sâu, nhưng chú trọng hơn chiều rộng, như một thêm giảm sóng. Chiều rộng tối thiểu bằng 3 lần chiều cao sóng.

- Chân kè phải đặt thấp hơn mực nước triều kiệt, nếu mực nước kiệt quá thấp so với địa hình bờ thì cần có kết cấu lằm đỡ sóng sâu xuống dưới mực nước kiệt.

- Các khối đá hoặc cấu kiện tạo nền lằm thể chân kè có đủ trong lượng và lối nhất là các khối bê tông dị hình. Phương pháp lĩnh toán như sau:

Vận tốc cực đại của dòng chảy do sóng tạo ra ở chân đê được xác định:

$$V_{max} = \frac{\pi \cdot H_c}{\sqrt{\frac{\pi \cdot L_s}{g} \cdot \sinh \frac{4\pi h}{L_s}}} \quad (1)$$

Trong đó: V_{max} - Vận tốc cực đại của dòng chảy (m/s); L_s, H_s - Chiều dài và chiều cao sóng thiết kế (m);

h - Độ sâu nước trước đê (m);

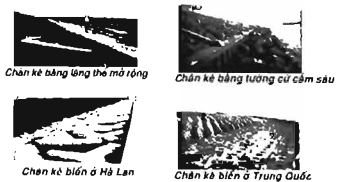
g - Gia tốc trọng lực (m/s²);

- Trọng lượng ổn định tối thiểu của viên đá ở chân khay kè mái đê biển G_d được xác định theo bảng 1.

Bảng 1. Trọng lượng ổn định viên đá theo V_{max}

V_{max} (m/s)	2.0	3.0	4.0	5.0
G_d (kg)	40	80	140	200

- Một số hình ảnh về công trình gia cố chân kè ở nước ngoài:



Hình 5. Hình ảnh 1 số kết cấu chân kè ở nước ngoài

Tài liệu tham khảo

- [1]. Bộ NN & PTNT (2002) - 14TCN 130-2002, *Hướng dẫn thiết kế đê biển*
- [2]. Liên danh Arico - Offshore, 5/2012, *Báo cáo dự án "Nghiên cứu phân tích hiệu quả của công trình bảo vệ bờ biển khu vực Bắc Bộ và Bắc Trung Bộ"*
- [3]. Lương Phương Hậu và CS, (2001), *Công trình bảo vệ bờ biển và hải đảo*, NXB Xây dựng
- [4]. Young C Kim (2008) - *Handbook of Coastal and Ocean Engineering*. World Scientific.